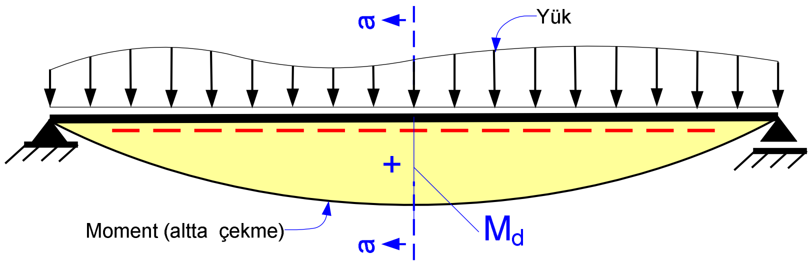
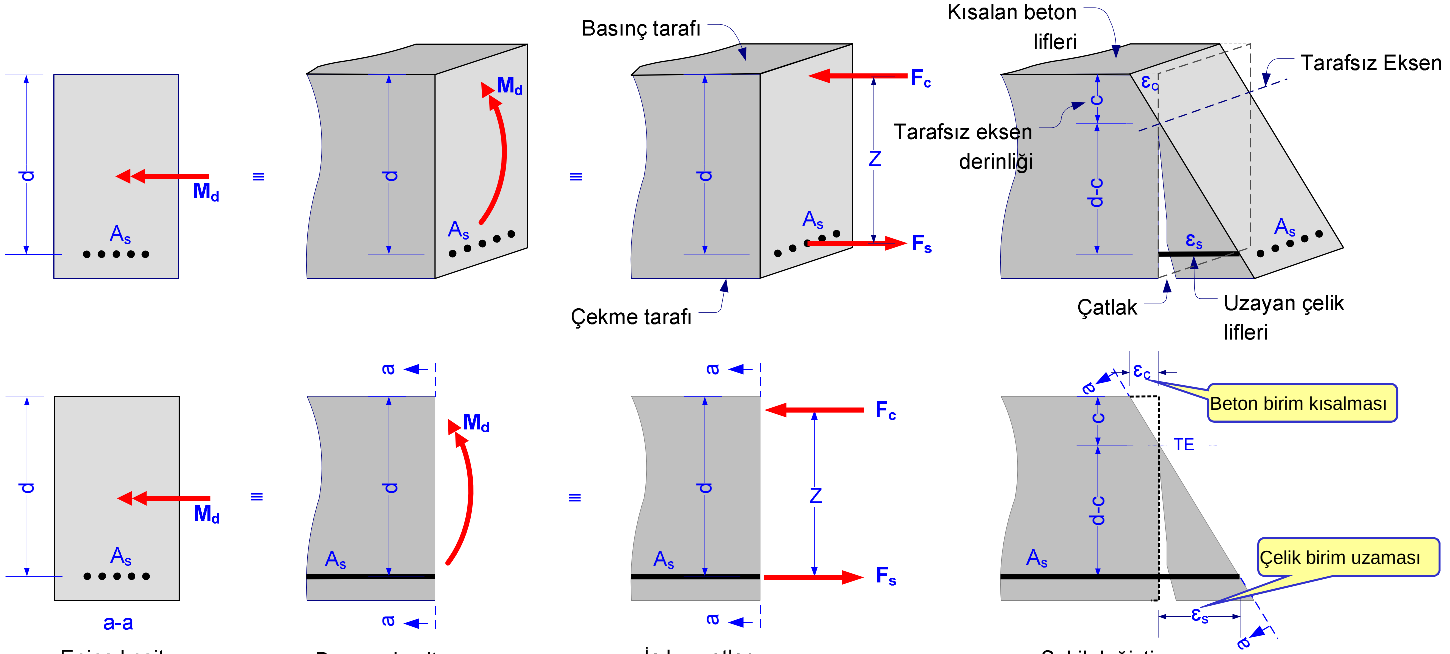
Moment ≡ kuvvet çifti →Çekme ve basınç kuvveti → şekil değiştirme →Kesitte dönme


a
Yük
+
Moment (altta çekme)
a
M_d


d
M_d
A_s
≡
d
M_d
A_s
≡
Basınç tarafı
d
F_c
Z
F_s
A_s
Çekme tarafı
Kısalan beton lifleri
Tarafsız Eksen
ε_c
c
Tarafsız eksen derinliği
d-c
ε_s
A_s
Çatlak
Uzayan çelik lifleri
d
M_d
A_s
a-a
≡
a
d
M_d
A_s
a
≡
a
d
F_c
Z
F_s
A_s
a
a
ε_c
Beton birim kısalması
c
TE
d-c
A_s
Çelik birim uzaması
ε_s
a

Enine kesit

Boyuna kesit

İç kuvvetler

Şekil değiştirme

M_d: Kesitteki moment
A_s : Kesitteki toplam çekme donatısı
d:Çekme çubuklarının en çok kısalan beton lifine mesafesi(faydalı yükseklik)
F_s : Çelikteki toplam çekme kuvveti
F_c : Betondaki basınç kuvveti
z : Moment kolu
ε_s : Çelik birim uzaması
ε_c : En çok zorlanan beton lifindeki birim kısalma
c: Tarafsız eksenin derinliği

Yatay denge:

$F_s = F_c$ (kuvvet çifti)

Moment :

$M_d = F_s z = F_c z$

Şekil değiştirme bağıntısı(süreklilik) :

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{d - c}{c}$$

Kirişe etkiyen M_d momenti F_c ve F_s den oluşan kuvvet çiftine eşdeğerdir, F_c=F_s dir ve z moment koludur. Kirişin üst lifleri F_c basınç kuvvetinin, alt lifleri F_s çekme kuvvetinin etkisindedir. Betonun basınç dayanımı yüksek olduğundan F_c kuvvetini taşıyabilir. Çekme kuvvetini beton taşıyamaz, çatlar. F_s çekme kuvvetinin tamamını toplam alanı A_s olan donatı karşılamak zorundadır. Betonun üst lifleri ε_c birim kısalmasına, çelik çubuklar ε_s birim uzamasına uğrar, kesit döner. Tarafsız eksen en çok kısalan liften c kadar aşağıda konumlanır. Tarafsız eksen üzerindeki noktalarda ne uzama ne de kısalma vardır. Kesitin döndükten sonra da düzlem kaldığı varsayılır (BERNOULLI/NAVIER hipotezi). Bu varsayım, şekil değiştirme diyagramının kesit yüksekliğince doğrusal değiştiği anlamındadır, hesapları basitleştirir.

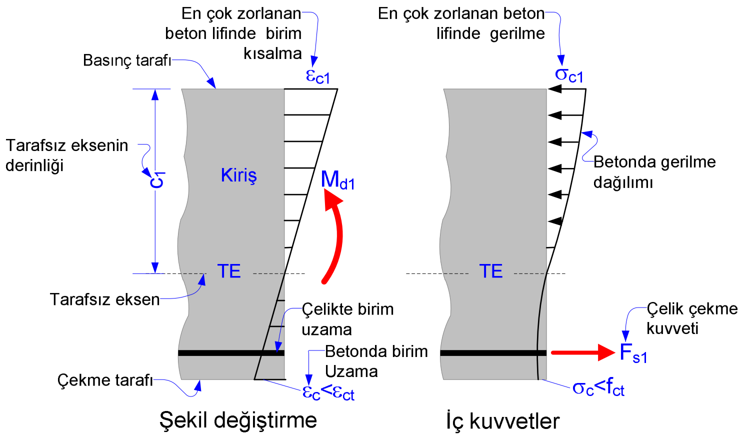
Kesitte şekil değiştirme-gerilme dağılımı aşamaları

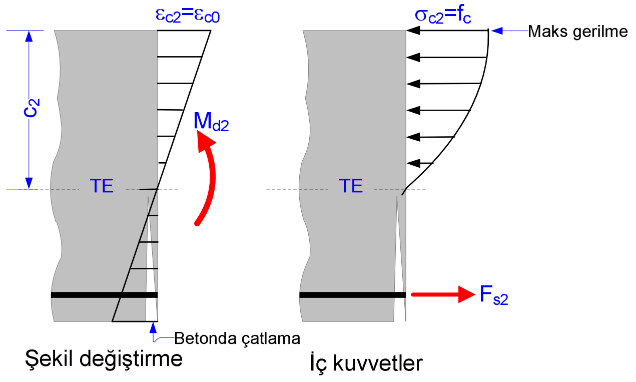
Kiriş kesitindeki moment

$M_{d1} < M_{d2} < M_{d3} < M_{d4}$

olacak şekilde, beton ezilinceye kadar, yavaş yavaş artırılırsa şekil değiştirme ve iç kuvvetler 1, 2, 3 ve 4 nolu şekillerde gösterildiği gibi olur.

Şekil değiştirme diyagramında kısalmalar sağa uzamalar sola doğru çizilmiştir.


En çok zorlanan beton lifinde birim kısalma
Basınç tarafı
εc1
Tarafsız eksenin derinliği
c1
Kiriş
Md1
TE
Tarafsız eksen
Çelikte birim uzama
Betonda birim Uzama
εc<εct
Çekme tarafı
Şekil değiştirme
En çok zorlanan beton lifinde gerilme
σc1
Betonda gerilme dağılımı
TE
Çelik çekme kuvveti
Fs1
σc<fct
İç kuvvetler


εc2=εc0
c2
Md2
TE
Betonda çatlama
Şekil değiştirme
σc2=fc
Maks gerilme
TE
Fs2
İç kuvvetler

1

$\varepsilon_c < \varepsilon_{ct}$

$\sigma_{c1} << f_c$

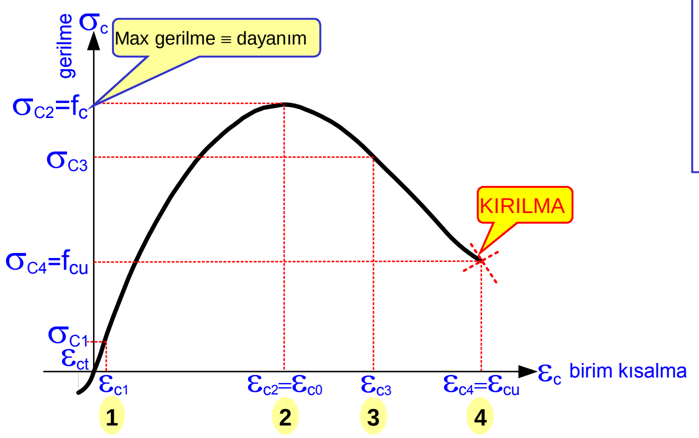
Beton çatlamamış, max basınç gerilmesine ulaşmamış, ezilmemiş. F_{s1} çelikte oluşan kuvvettir. Beton çatlamadığından, az da olsa, çekme gerilmesi taşımaktadır.

2

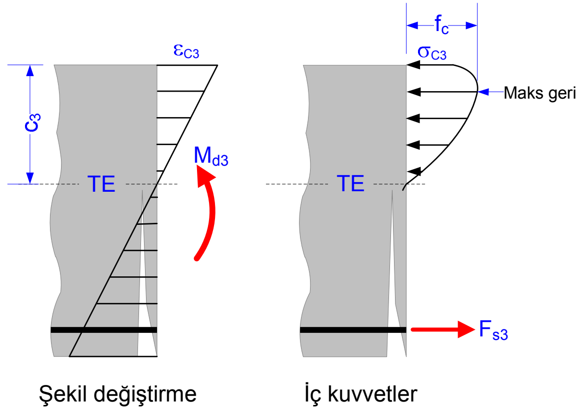
$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{c0}$

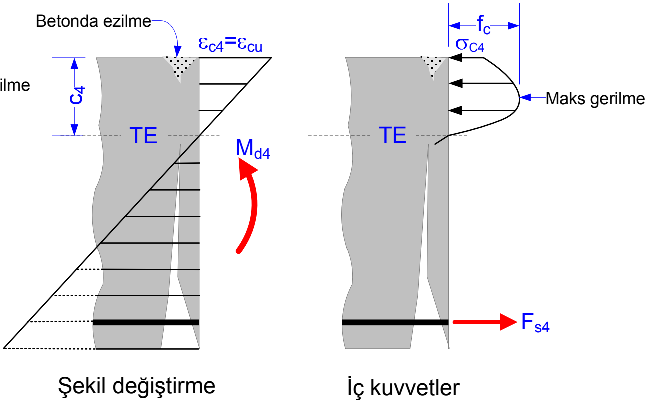
$\sigma_{c2} = f_c$

Maks gerilmeye ulaşılmış, beton çatlamış, tarafsız eksen yukarı kaymış beton ezilmemiş. Beton çatladığından çekme gerilmesi alamaz, F_{s2} çelik kuvveti momentin çekme bileşenine eşittir.



Beton-gerilme-birim kısalma eğrisi


εC3
c3
Md3
TE
Şekil değiştirme
fc
σC3
Maks gerilme
TE
Fs3
İç kuvvetler


Betonda ezilme
εc4=εcu
c4
TE
Md4
Şekil değiştirme
fc
σC4
Maks gerilme
TE
Fs4
İç kuvvetler

3

$\varepsilon_{c0} < \varepsilon_{c3} < \varepsilon_{cu}$

$\sigma_{c3} < f_c$

Şekil değiştirme artmış, dış lifte gerilme azalmış. Maks gerilme alt komşu life kaymış (**betonarmede uyum**). Çatlak genişlemiş ve yükselmiş, tarafsız eksen daha da yukarı kaymış, ancak beton ezilmemiş. Tüm çekme kuvvetini çelik almaktadır.

4

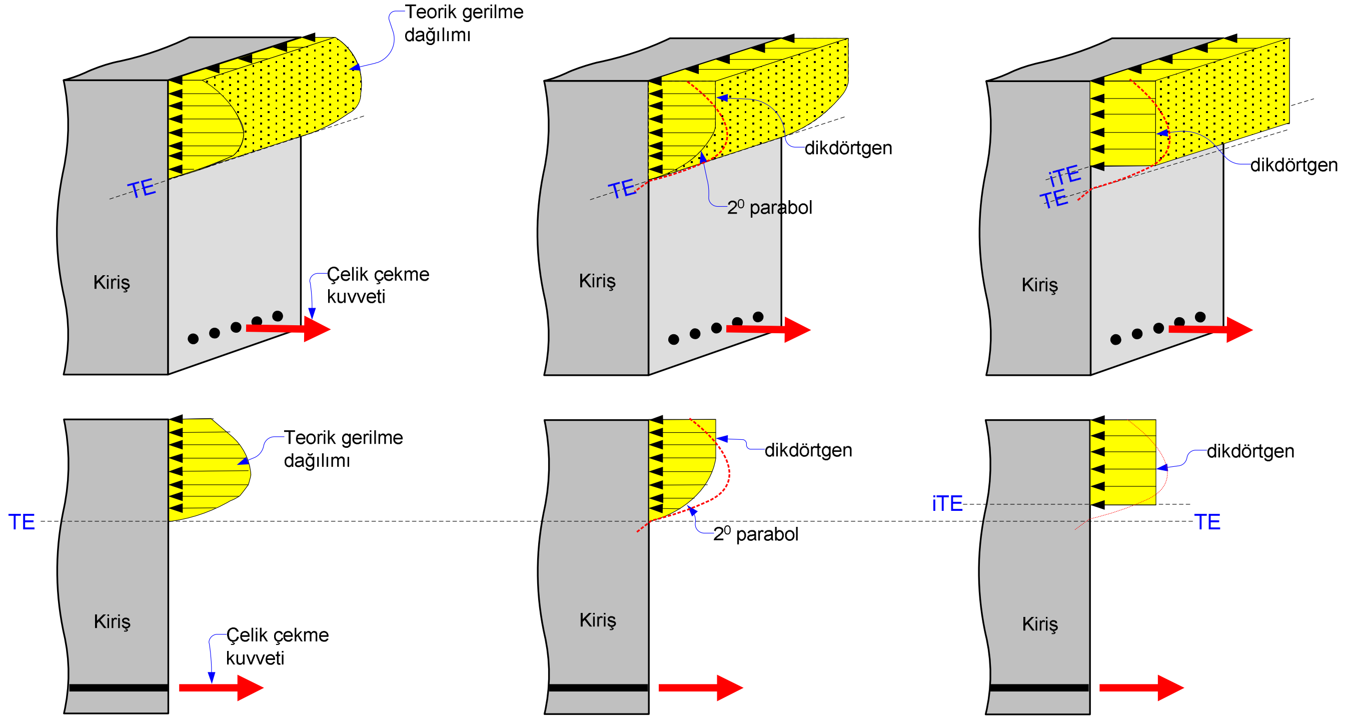
$\varepsilon_{c4} = \varepsilon_{cu}$

$\sigma_{c4} = f_{cu} < f_c$

Maks gerilme daha da aşağıdaki liflere kaymış. Çatlak aşırı genişlemiş ve yükselmiş, tarafsız eksen daha da yukarı kaymış. Dış lif ezilme (**kırılma**) kısalmasına ulaşmış. Kesit taşıma gücüne erişmiş. Kesit daha fazla moment taşıyamaz. Gerilme dağılımı kırılma anındaki nihai dağılımı göstermektedir.

GÖÇME ANINDA DURUM

Teorik gerilme dağılımının basitleştirilmiş eşdeğer modelleri


Teorik gerilme dağılımı
TE
Kiriş
Çelik çekme kuvveti
dikdörtgen
2⁰ parabol
TE
Kiriş
dikdörtgen
iTE
TE
Kiriş
Teorik gerilme dağılımı
TE
Kiriş
Çelik çekme kuvveti
dikdörtgen
2⁰ parabol
Kiriş
dikdörtgen
iTE
TE
Kiriş

Teorik gerilme dağılımı

Eşdeğer parabol-dikdörtgen gerilme dağılımı (CEB[1] modeli)

Eşdeğer dikdörtgen gerilme dağılımı (ACI[2] ve TS 500:2000 modeli)

Teorik gerilme dağılımı kırılma anındaki dağılımdır. Betonun yaşına, yükleme hızına, sargı donatısına, kesit geometrisine ve diğer bir çok nedene bağlı olarak az yada çok değişir. Her bir durum için farklı bir gerilme dağılımı vermek imkansızdır. Bu nedenle, doğruluğu deneysel olarak kanıtlanmış, **eşdeğer gerilme dağılımı** modelleri kullanılır. Hesaplar açısından dağılımın şeklinden çok, gerilmenin bileşke kuvvetinin değeri ve etkidiği yer önemlidir. Çünkü, momentin değeri bu kuvvetin değerine ve yerine bağlıdır. Hesapları basitleştirmek açısından, yaklaşık olarak aynı momenti veren (eşdeğer kuvveti ve bu kuvvetin etkime noktası yaklaşık aynı olan), daha basit bir gerilme dağılımı kullanılabilir.

Yukarıdaki şekillerde teorik gerilme dağılımı ve yaygın olarak kullanılan basitleştirilmiş eşdeğer modelleri (sanal gerilme dağılımı) hem perspektif hem de düzlem olarak verilmiştir. CEB modelinin bir kısmı parabolik bir kısmı da dikdörtgendir, **eşdeğer parabol-dikdörtgen gerilme dağılımı** olarak adlandırılır ve Avrupa Birliği ülkelerinde kullanılmaktadır. Amerikan yönetmeliklerinde yer alan ACI modeli daha basit ve dikdörtgendir, gerilmenin değeri her noktada aynıdır. Bu iki farklı modelin sonuçları arasındaki fark önemsenmeyecek kadar azdır (%4 civarında).

TS 500:2000 doğruluğu kanıtlanmış herhangi bir eşdeğer gerilme dağılımı ile hesap yapılmasına izin vermektedir. Bu nedenle her iki model ile de hesap yapılabilir. Daha basit olan **eşdeğer dikdörtgen gerilme dağılımı** modeli çoğunlukla tercih edilmektedir.

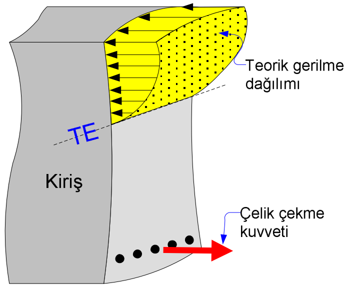
---

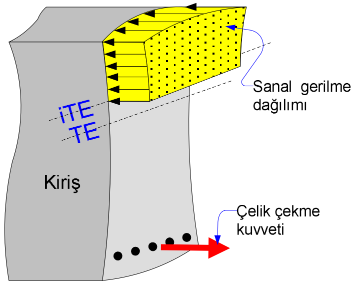
[1] CEB: Comité Euro-International du Beton

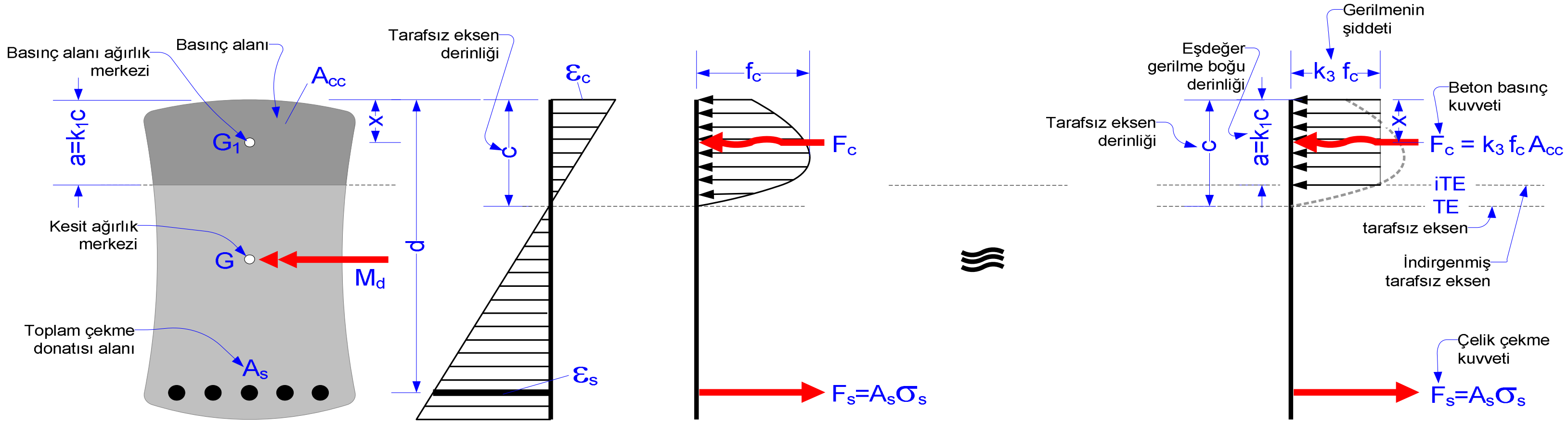
[2] ACI: American Concrete Institute

Teorik gerilme bloğu ve eşdeğer dikdörtgen gerilme bloğu (TS 500:2000)

ERSOY/ÖZCEBE, S. 107
TS 500:2000, S. 21, madde 7.1


Teorik gerilme dağılımı
TE
Kiriş
Çelik çekme kuvveti


Sanal gerilme dağılımı
iTE
TE
Kiriş
Çelik çekme kuvveti


Basınç alanı ağırlık merkezi
Basınç alanı
A_{cc}
$a=k_1c$
G_1
Kesit ağırlık merkezi
G
M_d
Toplam çekme donatısı alanı
A_s
Tarafsız eksen derinliği
x
c
d
ε_c
ε_s
f_c
F_c
$F_s=A_s\sigma_s$
≈
Eşdeğer gerilme boğu derinliği
Gerilmenin şiddeti
$k_3 f_c$
Beton basınç kuvveti
$F_c = k_3 f_c A_{cc}$
Tarafsız eksen derinliği
c
$a=k_1c$
x
iTE
TE
tarafsız eksen
İndirgenmiş tarafsız eksen
Çelik çekme kuvveti
$F_s=A_s\sigma_s$

Kesit

Teorik ve TS 500 şekil değiştirme dağılımı

Teorik gerilme dağılımı (gerçek)

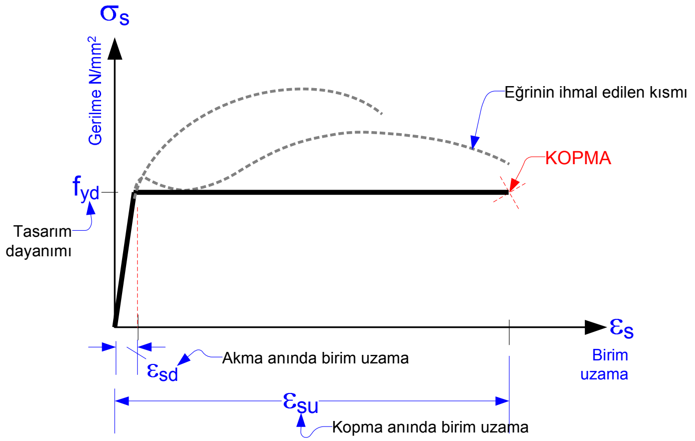
TS 500 gerilme dağılımı (model)

- •Şekil değiştirme diyagramı kesit yüksekliğince doğrusaldır.
- •Beton basınç kuvveti F_c gerilme bloğunun hacmine eşittir.
- •F_c kuvveti gerilmenin yayıldığı basınç alanının ağırlık merkezi olan G_1 noktasına etkir.
- •Teorik gerilme dağılımını kullanarak F_c kuvvetini ve etkidiği noktayı belirlemek zorluk yaratır.
- •Hesapları basitleştirmek için teorik gerilme dağılımı yerine **eşdeğer dikdörtgen gerilme dağılımı** kullanılabilir (TS 500:2000).
- •Önemli olan gerilme bloğunun şekli değil; F_c kuvvetinin ve etkidiği G_1 noktasının yaklaşık olarak aynı kalmasıdır. Bu iki koşul momentin aynı kalacağı anlamındadır. **Eşdeğer dikdörtgen gerilme dağılımında** gerilmenin şiddeti sabit ve k_3f_{cd} dir. Gerilme bloğunun derinliği k_1c dir.
- •F_c ve etkidiği nokta G_1 yaklaşık olarak aynı kalacak şekilde k_1 ve k_3 sabitleri deneysel araştırmalar ile belirlenmiştir.
- •k_1 ve k_3 sabitleri beton kalitesine bağlıdır ve değerleri birden küçüktür. Bu değerler TS 500:2000 de verilmiştir.
- •Eşdeğer dikdörtgen gerilme dağılımı yerine, geçerliliği kanıtlanmış, başka bir dağılım da (örnek: eşdeğer parabol-dikdörtgen dağılım) kullanılabilir.

Taşıma gücü varsayımları (TS 500:2000)

TS 500:2000, S. 21, madde 7.1
ERSOY/ÖZCEBE, S. 101-107

1. Beton ve donatı tam kaynaşır, tam kenetlenme (aderans) vardır. Bu koşulu mühendis sağlamak zorundadır.
2. Betonun çekme dayanımı ihmal edilir (≈0).
3. Birim şekil değiştirme dağılımı doğrusaldır (düzlem olan kesit şekil değiştirdikten sonra da düzlem kalır (BERNOULLI/NAVIER hipotezi).
4. Donatı çeliğinin gerilme-birim şekil değiştirme (σ_s-ε_s) eğrisi elasto-plastiktir. Eğrinin tasarım dayanımı üstünde kalan kısmı ihmal edilebilir:


σ_s
Gerilme N/mm²
Eğrinin ihmal edilen kısmı
KOPMA
f_{yd}
Tasarım dayanımı
ε_s
Birim uzama
ε_{sd}
Akma anında birim uzama
ε_{su}
Kopma anında birim uzama

Çelik modeli

•Çelik akmamış ise HOOKE kanunu geçerlidir:

$\sigma_s = E_s \varepsilon_s$, $\varepsilon_s < \varepsilon_{sd}$

•Akmış çeliğin gerilmesi sabittir, HOOKE geçersizdir:

$\sigma_s = f_{yd}$, $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{sd}$

Anlamı: $\sigma_s = E_s \varepsilon_s \leq f_{yd}$

Not:
Çelik çekme ve basınç altında aynı davranışı gösterir. Yukarıdaki bağıntılar basınç durumunda da geçerlidir. Tek fark çekmede uzama, basınçta kısalma olur.

Çelik tasarım dayanımları ve akma anındaki birim uzamalar:

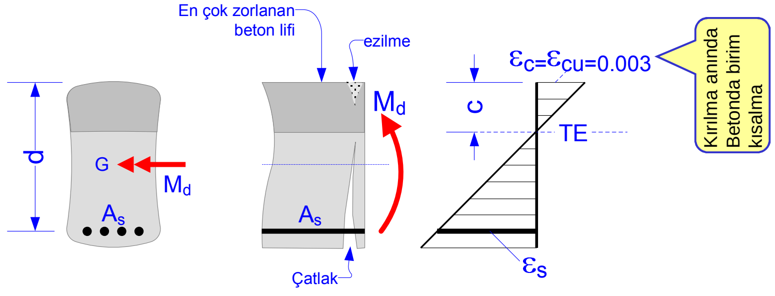
Çelik sınıfı	**f_{yk}** N/mm²	**γ_{ms}**	**E_s** N/mm²	**$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_{ms}$** N/mm²	**$\varepsilon_{sd} = f_{yd} / E_s$**
S 220	220	1.15	$2x10^5$	191.30	0.000957
S 420, B 420B, B 420C	420	1.15	$2x10^5$	365.22	0.001826
B 500A, B 500B, B 500C	500	1.15	$2x10^5$	434.78	0.002174

Sadece döşeme ve sargı donatısı olarak kullanılabilir.

Kiriş, kolon ve perde uçlarında sadece bu çelikler kullanılabilir,
Deprem Yönetmeliğinin koşullarına göre en uygun çelik B 420C dir.

Sadece döşemelerde veya hasır donatı olarak kullanılabilirler.

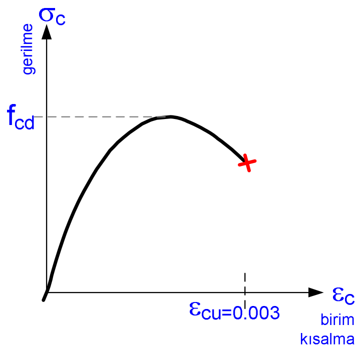
5. Taşıma gücüne erişildiğinde (beton kırıldığında) basınç bölgesinin en çok zorlanan lifindeki birim kısalma $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.003$ tür.


En çok zorlanan beton lifi
ezilme
d
G
M_d
A_s
Çatlak
$\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$
c
TE
ε_s
Kırılma anında Betonda birim kısalma

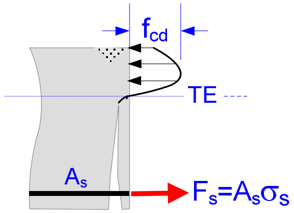
Kesit

Şekil değiştirme

6. Taşıma gücüne erişildiğinde basınç bölgesindeki teorik beton gerilme dağılımı beton σ_c - ε_c eğrisi gibidir.

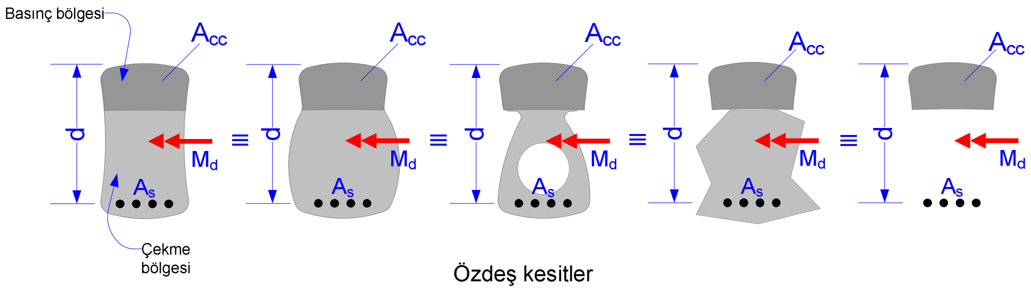


Beton σ_c - ε_c eğrisi


f_{cd}
TE
A_s
$F_s=A_s\sigma_s$

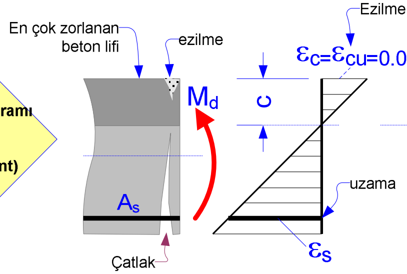
Kuvvetler

7. Çekme bölgesinin geometrisi şekil değiştirme ve kuvvetler açısından önemli değildir. Bu bölgedeki beton çatlayacağından hiçbir çekme kuvvet alamaz. Buradaki betonun görevi çelik ile kenetlenmeyi (aderans) sağlamak, kesme-burulma etkilerini karşılamak ve çeliği paslanmaktan korumaktır. Bu bölgede çekme kuvvetinin tamamını donatı alır. Çekme bölgesinin geometrisi farklı olan ve aşağıda görülen kesitler, hesap açısından, özdeştir. Önemli olan, momentin aynı kalmasıdır. Basınç bölgesinin toplam alanı, bu alanın ağırlık merkezi, faydalı yükseklik d ve donatı alanı A_s aynı olan kesitler, çekme bölgesinin geometrisi nasıl olursa olsun, moment kuvveti açısından özdeştir. Bunun anlamı şudur: Özdeş kesitlerde şekil değiştirme diyagramı, çelik çekme kuvveti, beton basınç kuvveti ve moment aynıdır. Bu özellikten ilerideki konularda sıkça yararlanılacaktır.

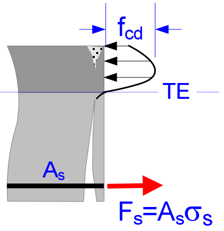

Basınç bölgesi
A_{cc}
d
M_d
A_s
≡
Çekme bölgesi

Özdeş kesitler

Aynı şekil değiştirme diyagramı
Aynı gerilme bloğu
Aynı çelik kuvveti
Aynı taşıma gücü (moment)


En çok zorlanan beton lifi
ezilme
Ezilme kısalması
$\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$
M_d
c
A_s
uzama
ε_s
Çatlak

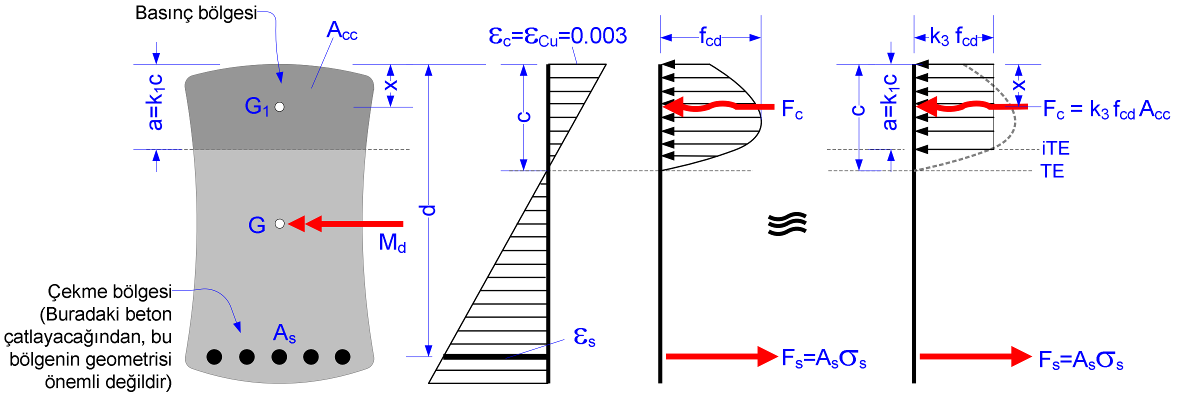
Şekil değiştirme


f_{cd}
TE
A_s
$F_s=A_s\sigma_s$

Kuvvetler

8. Teorik gerilme dağılımı yerine TS 500:2000 Madde 7.1 de tanımlanan **eşdeğer dikdörtgen basınç bloğu** modeli kullanılabilir. Bu modele göre:

- Eşdeğer basınç gerilmesinin şiddeti sabittir: $k_3 f_{cd}$
- Her tür betonarme betonu için $k_3=0.85$ dir.
- Eşdeğer gerilme bloğu derinliği $a=k_1 c$ dir.
- k_1 beton dayanımına bağlı olarak 0.85 ile 0.70 arasında değişir.
- k_1 ve k_3 değerleri kesitin geometrisinden bağımsızdır.
- Eşdeğer basınç bloğu kiriş, kolon, perde ve plaklarda kullanılabilir.


Basınç bölgesi
Acc
a=k1c
G1
x
G
Md
Çekme bölgesi (Buradaki beton çatlayacağından, bu bölgenin geometrisi önemli değildir)
As
εc=εCu=0.003
c
d
εs
fcd
Fc
Fs=AsσS
≋
k3 fcd
x
c
a=k1c
Fc = k3 fcd Acc
iTE
TE
Fs=AsσS

Kesit

Teorik ve TS 500 şekil değiştirme diyagramı

Teorik gerilme dağılımı

TS 500 gerilme dağılımı(model)

TE : Tarafsız eksen
iTE : İndirgenmiş Tarafsız Eksen
c : Tarafsız eksenin derinliği
ε_c : Beton birim kısalması
ε_{cu} : Betonun ezilme anındaki birim kısalması =0.003
ε_s : Çelik birim uzaması
$a=k_1 c$: Eşdeğer basınç bloğu derinliği
f_{cd} : Beton tasarım dayanımı
$k_3 f_{cd}$: Beton eşdeğer gerilmesinin şiddeti
F_s : Çelik çekme kuvveti
F_c : Beton basınç kuvveti
A_s : Toplam donatı alanı
A_{cc} : Basınç alanı
G : Kesit ağırlık merkezi
G_1 : F_c kuvvetinin etkidiği nokta ≡ basınç alanı ağırlık merkezi
x : G_1 noktasının derinliği
d : Faydalı yükseklik

k_1 : Eşdeğer basınç bloğu derinliği katsayısı
$k_3=0.85$: Eşdeğer basınç bloğu gerilme katsayısı

k_1 Katsayısının değişimi (TS 500:2000, Madde 7.1):

$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \leq f_{yd}$

$k_3 = 0.85$ (tüm beton sınıflarında)

$0.70 \leq k_1 \leq 0.85$

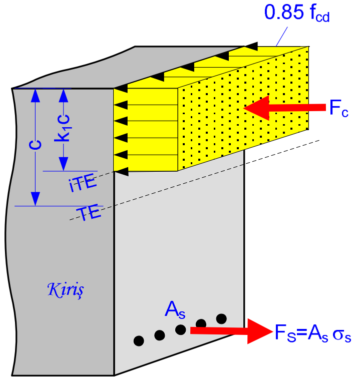
$k_1=0.85$ (C16-C25 betonlarında)

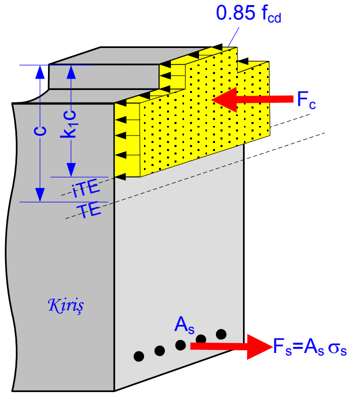
$k_1=1-0.006 f_{ck}$ (C30-C50 betonlarında)

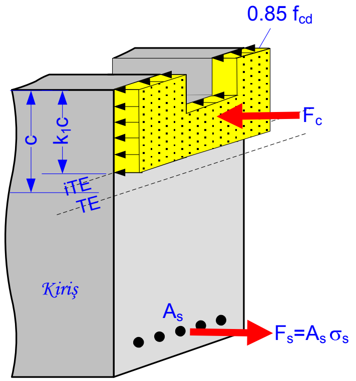
(Bu formülde f_{ck} nın birimi N/mm² dir, f_{ck} yerine f_{cd} kullanılmaz!)

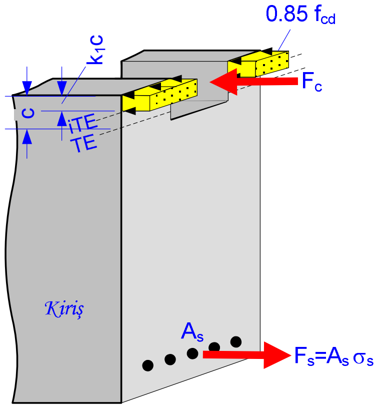
Beton	k_1
C16-C25	0.85
C30	0.82
C35	0.79
C40	0.76
C45	0.73
C50	0.70

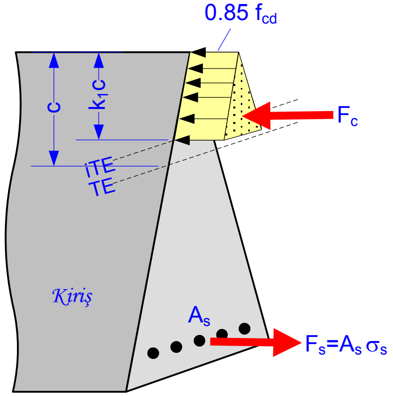
Farklı geometrili kesitlerde eşdeğer dikdörtgen gerilme bloğu

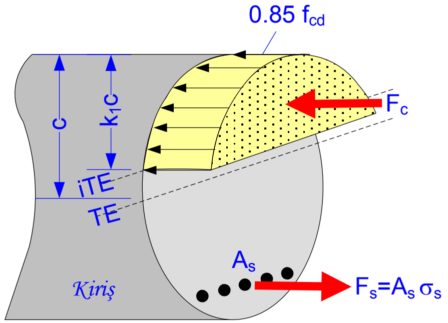

0.85 f_cd
F_c
c
k_1c
İTE
TE
Kiriş
A_s
F_S=A_s σ_s


0.85 f_cd
F_c
c
k_1c
İTE
TE
Kiriş
A_s
F_s=A_s σ_s


0.85 f_cd
F_c
c
k_1c
İTE
TE
Kiriş
A_s
F_s=A_s σ_s


0.85 f_cd
k_1c
F_c
c
İTE
TE
Kiriş
A_s
F_s=A_s σ_s


0.85 f_cd
c
k_1c
F_c
İTE
TE
Kiriş
A_s
F_s=A_s σ_s


0.85 f_cd
c
k_1c
F_c
İTE
TE
A_s
Kiriş
F_s=A_s σ_s

Kırılma aşamasına gelmiş bir kesitte:

Eşdeğer basınç bloğu her zaman dikdörtgenler prizması değildir, basınç alanının geometrisine bağlıdır. Basınç alanı üzerine kurulmuş bir prizmadır:

•Gerilmenin şiddeti her lifte $0.85f_{cd}$ dir.

•Blok derinliği k_1c dir.

•Beton basınç kuvveti F_c gerilme bloğunun hacmine eşittir (basınç alanı ile $0.85\ f_{cd}$ nin çarpımı).

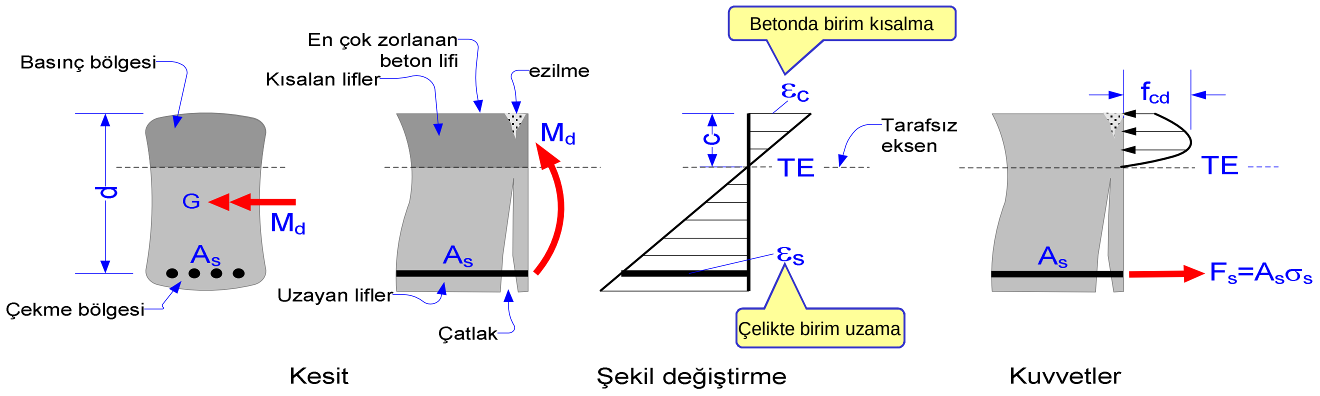
•Beton basınç kuvveti F_c basınç alanının ağırlık merkezine etkir.

•Çelik toplam çekme kuvveti $F_s=A_s\sigma_s$ dir.

•Çelik akmışsa $\sigma_s=f_{yd}$, akmamışsa $\sigma_s=E_s\varepsilon_s$ dir.

Kırılma türleri

ERSOY/ÖZCEBE, S. 93


Basınç bölgesi
d
G
Md
As
Çekme bölgesi
En çok zorlanan beton lifi
Kısalan lifler
ezilme
Md
As
Uzayan lifler
Çatlak
Kesit
Betonda birim kısalma
εc
c
TE
Tarafsız eksen
εs
Çelikte birim uzama
Şekil değiştirme
fcd
TE
As
Fs=Asσs
Kuvvetler

Betonarme elemanların iflas etmesi (yükünü taşıyamaması, kırılması, taşıma gücüne erişmesi) daima betonun ezilmesi sonucu olur. Fakat, ezilmenin nedeni farklı olabilir:

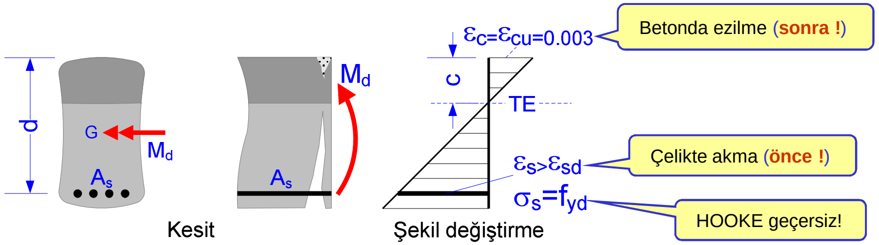
1.Çelik yoktur veya çok yetersizdir: Çelik ani olarak aşırı uzar, kopar ve beton ezilir(geverek kırılma).
2.Çelik aşırı çoktur çok az uzar, beton basınç kuvveti betonun dayanamayacağı kadar yüksektir, beton ezilir(gevrek kırılma).
3.Çelik miktarı iyi ayarlanmıştır. Çelik kopmaz fakat yavaş yavaş uzamaya devam eder, beton lifleri giderek kısalır ve ezilir(sünek kırılma).

Betonun en çok zorlanan lifi $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.003$ birim kısalmasına ulaştığında eleman moment taşıma gücüne erişir, beton ezilir. Bu konumda donatının akıp akmadığına bağlı olarak üç değişik kırılma türü tanımlanır:

1. Sünek kırılma (çekme kırılması): Çelik uzar, akar ve uzama devam ederken beton lifleri de giderek kısalır. Çatlaklar genişler, yükselir, tarafsız eksen en çok zorlanan life yaklaşır. Neticede çelik kopmadan beton $\varepsilon_{cu}=0.003$ kırılma birim kısalmasına ulaşır ve ezilir
2. Gevrek kırılma (basınç kırılması): Çelik çok az uzar, akamaz. Çatlak oluşmaz veya görülemeyecek kadar kılcaldır. Beton giderek kısalır, birim kısalma $\varepsilon_{cu}=0.003$ değerine varır ve beton ezilir.
3. Dengeli kırılma (gevrek): Çelik uzar, akar. Çeliğin aktığı an beton da $\varepsilon_{cu}=0.003$ birim kısalmasına vararak ezilir. Bu kırılma türünde çelik aktıktan sonra daha fazla uzama fırsatı bulamadığı için hemen hiç çatlak gözlenmez.

Kırılma türlerinin mekanik modeli

1. Sünek Kırılma ≡ Çekme kırılması:


d
G
M_d
A_s
M_d
A_s
c
TE
$\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$
$\varepsilon_s>\varepsilon_{sd}$
$\sigma_s=f_{yd}$

Betonda ezilme (**sonra !**)

Çelikte akma (**önce !**)

HOOKE geçersiz!

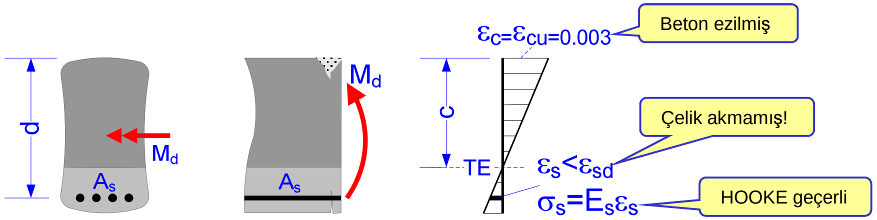
Kesit

Şekil değiştirme

Sünek kırılma (çekme kırılması)

Sünek kırılma (Çekme kırılması):
Betondaki birim kısalma $\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$ değerine ulaşmadan **önce** çelik akmışsa, yani $\varepsilon_s>\varepsilon_{sd}$ olmuşsa, çekme kırılması olur. Çünkü **önce** çelik akmakta, uzamaya devam etmekte ve betondaki birim kısalma da giderek artarak $\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$ sınır birim kısalmasına erişerek ezilme olmaktadır. **Kırılma sünektir.**

2. Gevrek Kırılma ≡ Basınç kırılması:


d
M_d
A_s
M_d
A_s
c
TE
$\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$
$\varepsilon_s<\varepsilon_{sd}$
$\sigma_s=E_s\varepsilon_s$

Beton ezilmiş

Çelik akmamış!

HOOKE geçerli

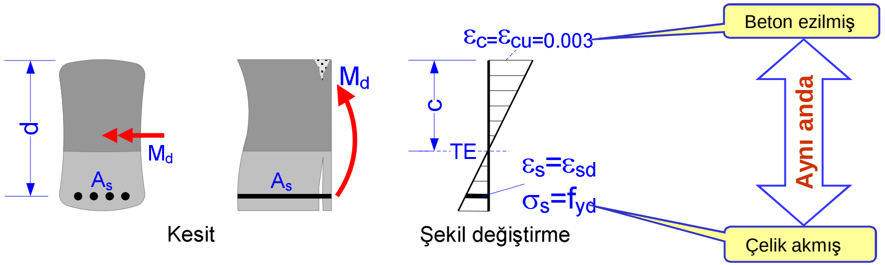
Kesit

Şekil değiştirme

Gevrek kırılma (basınç kırılması)

Gevrek kırılma (Basınç kırılması):
$\varepsilon_s<\varepsilon_{sd}$ iken, yani çelik akmadan, beton $\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$ birim kısalmasına ulaşırsa basınç kırılması olur. Çünkü beton **ezilir** fakat çelik akmaz. **Kırılma gevrektir.**

3. Dengeli Kırılma ≡ Gevrek Kırılma:


d
M_d
A_s
M_d
A_s
c
TE
$\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$
$\varepsilon_s=\varepsilon_{sd}$
$\sigma_s=f_{yd}$
Aynı anda

Beton ezilmiş

Çelik akmış

Kesit

Şekil değiştirme

Dengeli kırılma (gevrek kırılma)

Dengeli kırılma(gevrek kırılma):
Çekme kırılması ile basınç kırılması arasında bir kırılma türüdür. Çelikteki uzama $\varepsilon_s=\varepsilon_{sd}$ olduğu an (çelik aktığı an), betondaki birim kısalma da $\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$ olmaktadır. Çelik daha fazla uzama imkanı bulamamaktadır. Betonun ezilmesi ve çeliğin akması **aynı anda** olmaktadır. **Kırılma gevrektir.**

Sünek kırılma ani olmaz. Çökme oluşmadan önce bir süre aşırı çatlaklar, yer değiştirmeler oluşur, sıva ve beton parçacıkları dökülür. Çelik uzuyor, beton çatlıyor ve eziliyordur. Gece sessizliğinde cık-cık sesler duyulur. ***Yapı çökeceğini haber verir.*** Önlem almak ve yapıyı boşaltmak için zaman tanır.

Gevrek kırılma hemen hiçbir belirti vermeden, genelde patlama sesi ile birlikte, ani olur. Yapı yıkılmadan önce hemen hiçbir belirti vermediğinden önlem alma veya boşaltma şansı kalmaz. ***Gevrek kırılma tehlikelidir!***

Hiçbir yapı elemanı kırılacak şekilde boyutlandırılmaz. Ancak, öngörülemeyen herhangi bir nedenle kırılacaksa, ***kırılmanın haberli, yani sünek*** olması arzu edilir.

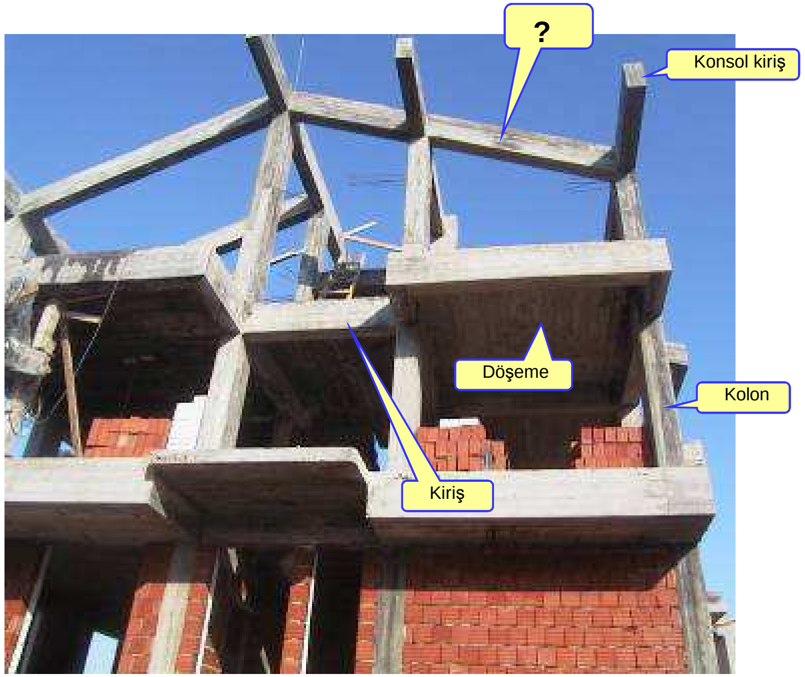
Sünek davranışı sağlamak için basit kurallar:

- Yönetmelik koşulları mutlaka yerine getirilmelidir.
- Özellikle kolon boyutlarında cömert davranılmalı, eksenel yük düzeyi düşük tutulmalıdır.
- Donatıların kenetlenmesine özen gösterilmelidir.
- Kolonlar temelden-çatıya, kiriş birleşim noktaları dahil, sarılmalıdır.
- Kiriş ve kolonların uçlarında sık sargı (etriye,fret) kullanılmalı, etriye ve fret uçları beton çekirdeğine saplanmalıdır.
- L, I, T ,C, Z gibi kesitlerden olabildiğince kaçınılmalıdır.

Kirişler

Kirişler genelde duvarların altına yapılan, duvar, döşeme ve kendi yükünü taşıyan; çoğunlukla yatay betonarme elemanlardır. Üzerindeki yükleri oturduğu düşey elemanlara (kolonlara) aktarır. Kirişlerin bir diğer önemli işlevi de deprem veya rüzgâr gibi yatay yükleri, döşeme ile bir bütün davranarak, kolonlara aktarmaktır.

Uygulamada yatay elemanlara **KİRİŞ**, düşey elemanlara da **KOLON** denilmektedir. Ne yatay ne de düşey olan, **EĞİK** elemanlara ne denilecektir? Yapı statiği derslerinden bilindiği gibi, çubuk eleman ister yatay ister düşey ister eğik olsun, kolon kiriş ayırımı yapılmaz. Elemanın konumu nasıl olursa olsun, en genel halde, çubuk elemanda altı adet iç kuvvet oluşur: Bir eksenel kuvvet, iki eğilme momenti, iki kesme kuvveti ve bir burulma momenti. Yatay elemanlarda sadece bir eğilme momenti ve bir kesme kuvveti etkin olurken diğer iç kuvvetler çoğu kez önemsenmeyecek düzeyde kalırlar. Düşey elemanlarda altı adet iç kuvvetin genelde hepsi de etkin olmakla birlikte eksenel kuvvet önem arz eder. Bu nedenle yatay elemanlar ile düşey elemanların davranışları da çok farklıdır. İç kuvvet açısından eğik elemanlar, eğimin büyüklüğüne-küçüklüğüne bağlı olarak, bu iki durum arasındadırlar.



TS 500:2000 ve Deprem Yönetmeliği-2007 bir elemanın kiriş olarak boyutlandırılabilmesi için N_d eksenel tasarım basınç kuvvetinin

$$N_d \leq 0.1\, f_{ck} A_c$$

koşulunu sağlaması gerektiğini yazmaktadırlar[1]. Bu koşulu sağlamayan, yani eksenel kuvvet düzeyi yüksek olan elemanlar, ister yatay, ister düşey veya eğik olsunlar, kolon olarak boyutlandırılmak zorundadırlar. Bu bağıntıda f_{ck} betonun karakteristik dayanımı ve A_c elemanın net kesit alanıdır(varsa, boşluklar düşülür).

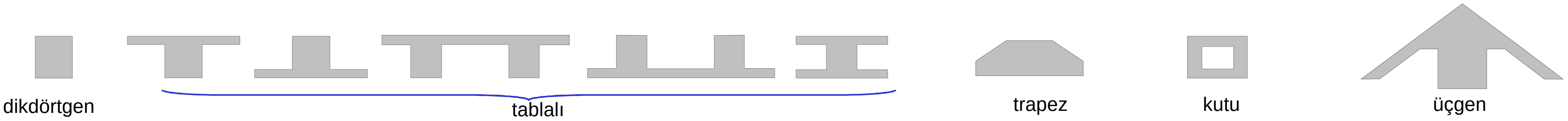
O halde; elemanın eğimine bakılmaksızın, $N_d \leq 0.1 f_{ck} A_c$ koşulunu sağlayan elemanlara “**Kiriş**”, sağlamayanlara “**Kolon**” denilecektir ve kolon olarak boyutlandırılacaktır.

---

[1] Bak: TS 500:2000, madde:7.3 ve Dep. Yön.-2007, madde: 3.4.1.2

Kiriş kesit tipleri

Kiriş kesitleri çoğunlukla dikdörtgen ve tablalı; nadiren trapez, kutu ve üçgen olur.



Kirişler öncelikle moment ve kesme kuvveti etkisindedir. Normal kuvvet etkisi genelde düşüktür. Burulma momenti nadiren dikkate alınacak düzeye varır. Moment (kuvvet çifti) kirişin bir tarafına çekme, diğer tarafına da basınç kuvveti uygular. Çekme kuvveti kiriş eksenine dik çatlaklar oluşturur. Bu kuvveti karşılamak ve oluşturacağı çatlakları sınırlamak için kirişin çekme bölgelerine boyuna donatı konur. Kesme kuvveti mesnet bölgelerinde eğik çekme kuvvetleri oluşturur ve eğik çatlaklara (≈ 45^0) neden olur. Kesme kuvvetini karşılamak ve oluşturacağı çatlakları sınırlamak amacıyla, açıklıklar seyrek mesnet bölgeleri daha sık etriye ile sarılır.

Dikdörtgen Kesit

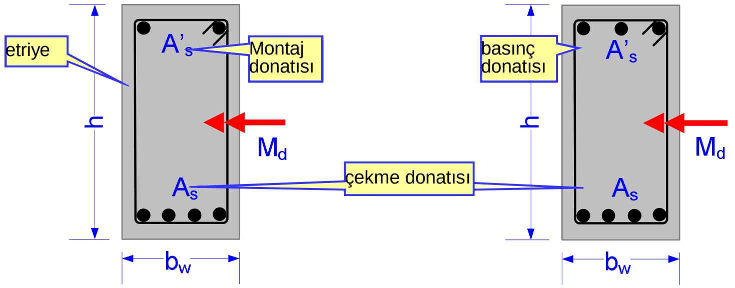
Boyuna donatının kesitteki yerine göre farklı kesit tipi vardır:

Tek donatılı kesit: Momenti karşılayacak ve hesapla belirlenen donatı kesitin çekme tarafına konur. Basınç bölgesine hesap dışı (konstrüktif) montaj donatısı konur.

Çift donatılı kesit: Bazen mevcut kesit momenti taşımaz. Bu durumda ya kesit büyütülür yada hem çekme hem de basınç bölgesine hesapla belirlenen donatı konur. Montaj donatısına gerek kalmaz. Basınç bölgesine konan donatı çekme değil, basınç etkisindedir. Basınç donatısı kesitin dayanımını ve sünekliğini artırır, ancak maliyet artar.

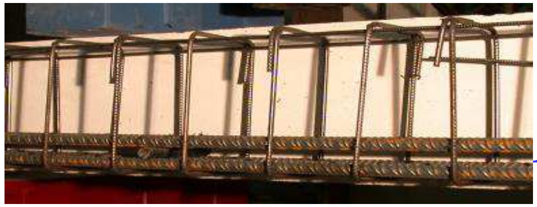
Çift sıra donatılı kesit: Momenti karşılayacak donatı kiriş genişliğine sığmayabilir. Bu durumda ya kesit genişletilir yada donatı çift sıra yerleştirilir. Mimari bir zorluk yoksa, kirişi genişleterek çubukları tek sıraya koymak daha iyidir.

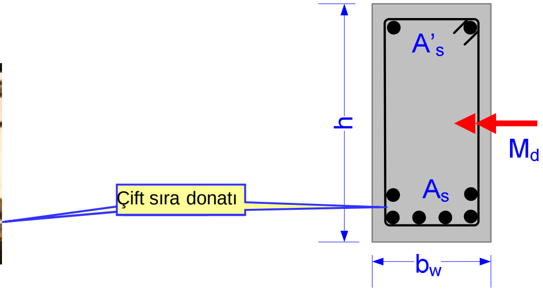
b_w :genişlik
h : yükseklik
A_s : çekme donatısının toplam alanı
A'_s :montaj veya basınç donatısının toplam alanı



Tek donatılı kesit

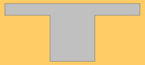
Çift donatılı kesit





Çift sıra donatılı kesit

Tablalı Kesit



TS 500:2000, S. 19-20
ERSOY/ÖZCEBE, S. 247

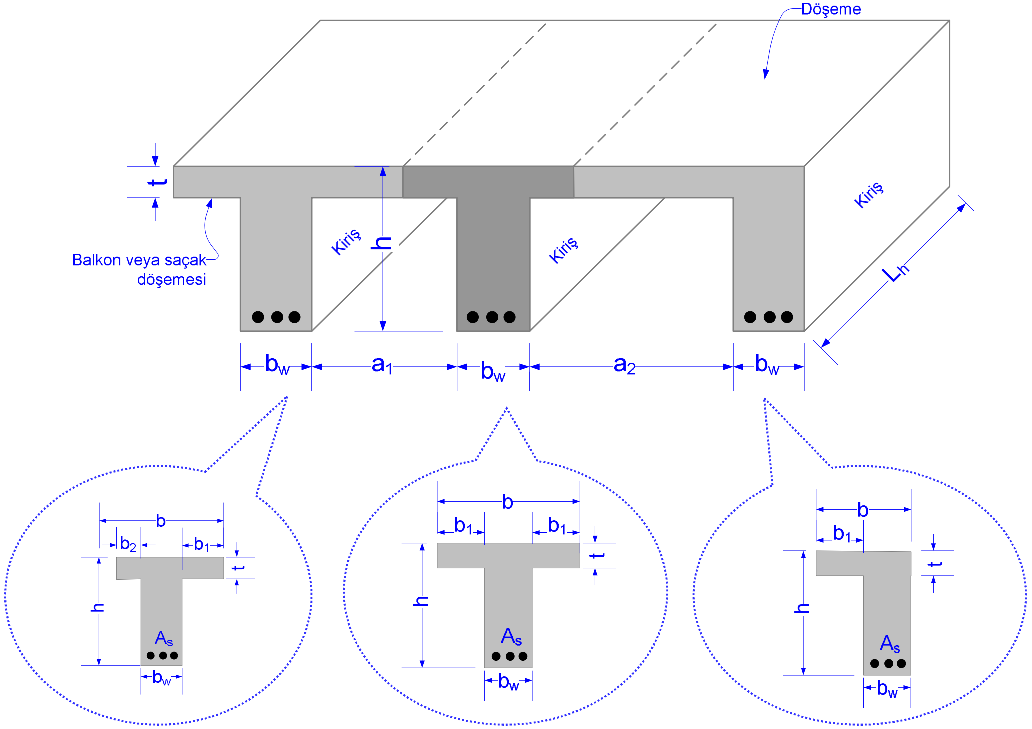
Kalıp kiriş gövdesinin bir veya iki tarafında kulaklar oluşacak şekilde hazırlanır ve beton dökülürse tablalı kesit oluşur. Köprü kirişleri ve prefabrik yapıların kirişleri genelde bu yöntemle hazırlanır. Tabla betonu basınç alanının büyümesine katkı sağlar.

Döşeme ve kiriş betonu **bir bütün dökülmüş ise** ve döşeme betonu kirişin basınç bölgesinde ise, döşemenin b genişliğindeki **bir parçası** hesaplarda kirişin **basınca çalışan tablası** olarak dikkate alınır. b ye **etkili tabla genişliği** veya **çalışan tabla genişliği** denir. Tablası dikkate alınan kirişler T, L ve I kesitli olabilirler. Tabla beton basınç alanının büyümesine neden olur. Döşeme plağının büyük olması durumunda tablanın tamamı basınca çalışmaz. Tabladaki basınç gerilmeleri kiriş gövdesinden uzaklaştıkça hızla azalır. Yapılan araştırmalar sonucunda b çalışan tabla genişliği sınırlandırılmış ve yönetmeliklerde verilmiştir.

Çalışan tabla genişliğinin sınırlandırılması:

$$b_1 \le 6t \;,\; b_2 \le 6t \;,\; b_1 \le \frac{1}{2}a_1 \;,\; b_1 \le \frac{1}{2}a_2$$

Tabla kulağı b_1 ve b_2 döşeme kalınlığının 6 katını ve komşu kiriş yüzüne olan net uzaklığın yarısını aşamaz. Kirişin, balkon veya saçak döşemeli kenar kiriş, iç kiriş ve kenar kiriş olma durumuna ait sınırlamalar şekil üzerinde gösterilmiştir. L_h net açıklığıdır.



$b \le b_2 + b_w + 6t$

$b \le b_2 + b_w + 0.1\,\alpha\,L_h$

Simetrik olmayan tablalı kesit

$b \le b_w + 12t$

$b \le b_w + 0.2\,\alpha\,L_h$

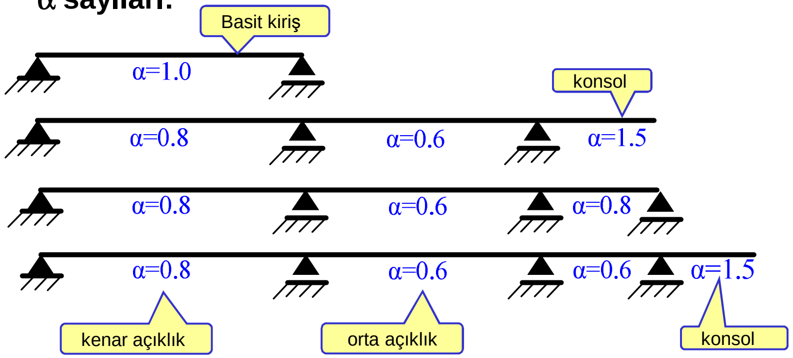
Simetrik tablalı kesit

$b \le b_w + 6t$

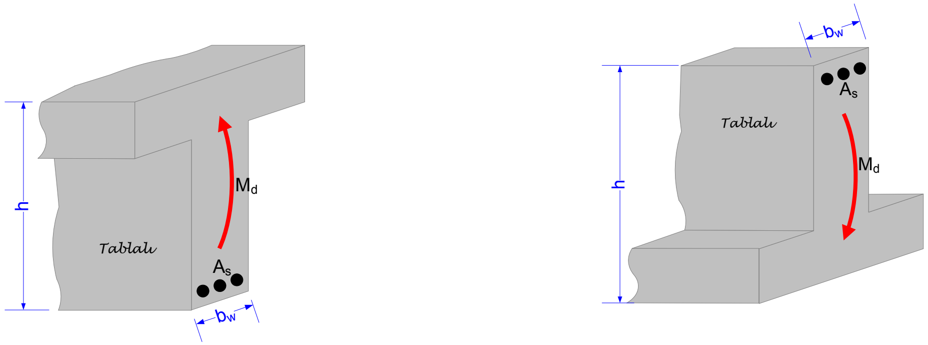
$b \le b_w + 0.1\,\alpha\,L_h$

Simetrik olmayan tablalı kesit

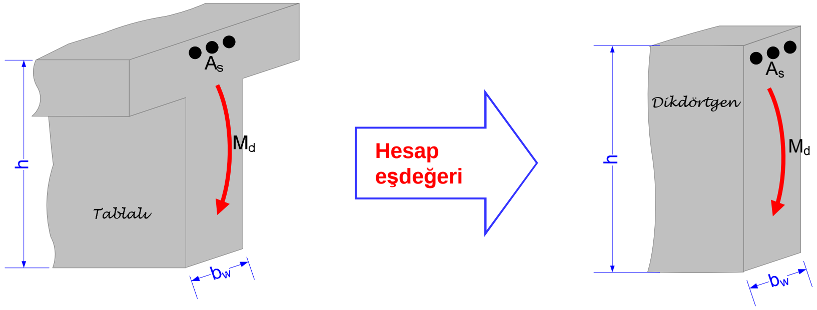
α sayıları:



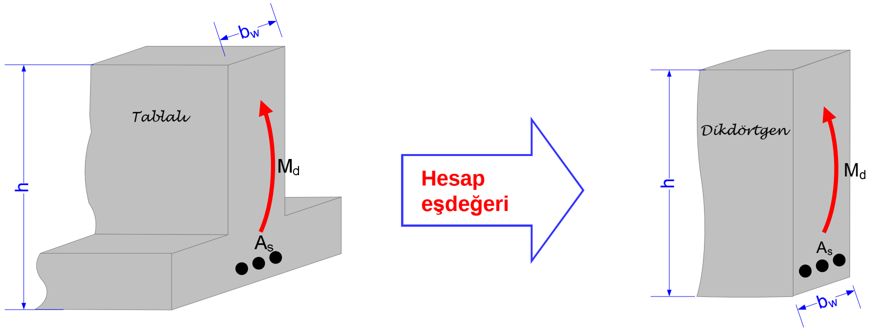
Her açıklıkta hesaplanan b değerlerinden en küçüğü o açıklığın tabla genişliğinin üst sınırıdır. Hesaplarda daha da küçük alınabilir. Dikkat edilirse, Kiriş boyunca her açıklıkta tabla genişliği farklı olmaktadır. İstenirse, bunlardan en küçüğü kullanılarak, her açıklığın tabla genişliği eşit alınabilir. Hatta tabla kulakları tamamen ihmal edilerek dikdörtgen kesit ($b_w \cdot h$) olarak hesap yapılabilir. Ancak bu, gerçekte var olan, basınç bölgesinin bir kısmının veya tamamının ihmal edilmesi anlamına gelir ve kirişe daha fazla donatı koymak zorunda kalınır. Büyük açıklıklı kirişlerde, dişli döşeme dişlerinde, köprü kirişlerinde ve prefabrik yapılarda tablanın ihmali, ekonomik açıdan, doğru olmaz.



Soldaki kesitlerde tabla çalışır. Çünkü tabla basınç bölgesindedir, basınç gerilmesi alır. Bu nedenle hesaplarda tabla dikkate alınır, kesit tablalı olarak hesaplanır.



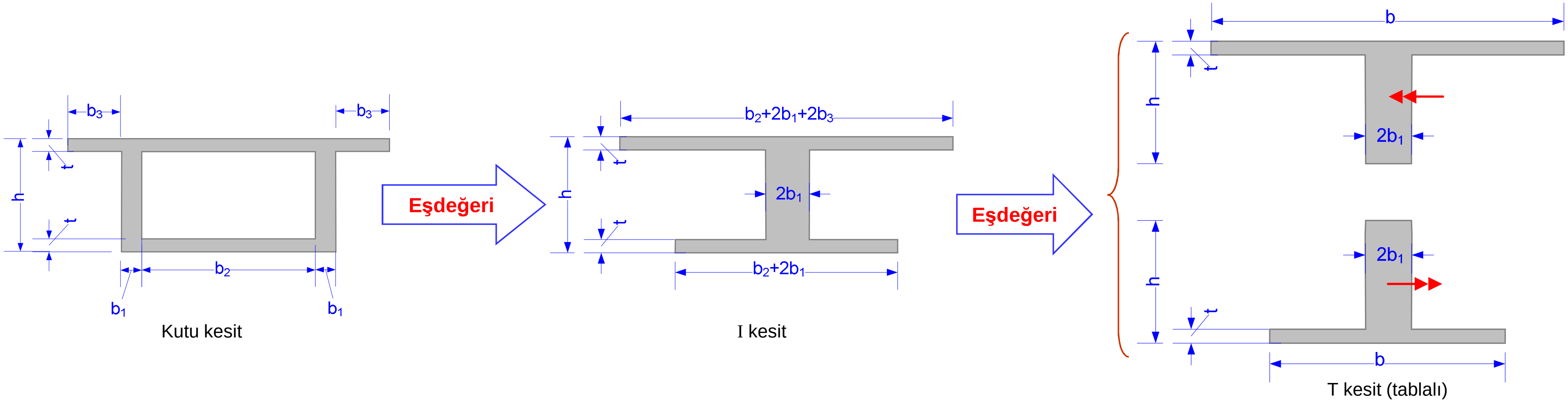
Soldaki kesitin tablası çekme bölgesindedir. Fiziksel olarak var olmasına rağmen, hesaplarda tabla dikkate alınmaz. Çünkü çekme bölgesinde olan tabla çatlayacaktır. Kiriş dikdörtgen kesit olarak modellenir ve hesaplanır, fakat donatı tablalı kesite konur ve tablalı olarak inşa edilir.

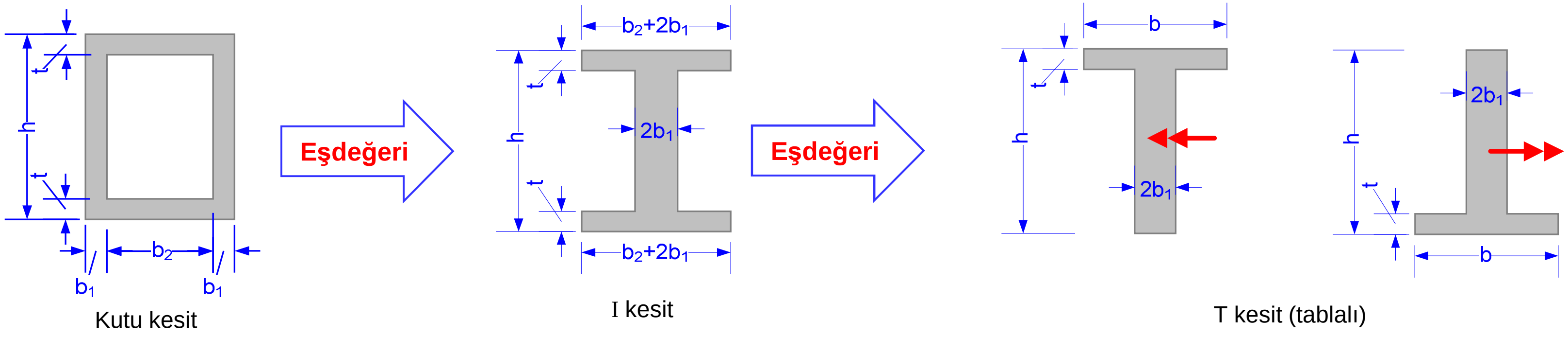


Soldaki kesitin tablası çekme bölgesindedir. Fiziksel olarak var olmasına rağmen, hesaplarda tabla dikkate alınmaz. Çünkü çekme bölgesinde olan tabla çatlayacaktır. Kiriş dikdörtgen kesit olarak modellenir ve hesaplanır, fakat donatı tablalı kesite konur ve tablalı olarak inşa edilir.

- Tabla basınç bölgesinde ise hesaplarda dikkate alınır.
- Çekme bölgesindeki tabla hesap modelinde dikkate alınmaz. Çünkü; çekme bölgesindeki tabla betonu çatlar, çekme bölgesinin geometrisi önemli değildir. Bu durumda kesit, $b_w \cdot h$ boyutlu eşdeğer dikdörtgen kesit imiş gibi düşünülür.
- Eşdeğer dikdörtgen kesit sadece hesapları basitleştirir, gerçek değil sanal bir kesittir. Hesap sonucu bulunan donatılar gerçek olan tablalı kesite yerleştirilir ve yerinde tablalı olarak inşa edilir.

Kutu Kesit, I Kesit


b3
b3
t
h
t
b2
b1
b1
Kutu kesit
Eşdeğeri
b2+2b1+2b3
t
h
t
2b1
b2+2b1
I kesit
Eşdeğeri
b
t
h
2b1
2b1
h
t
b
T kesit (tablalı)

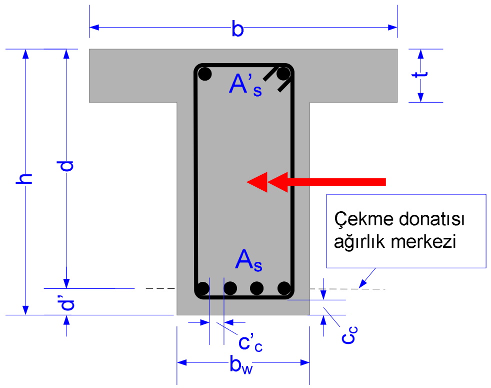

h
t
t
b2
b1
b1
Kutu kesit
Eşdeğeri
b2+2b1
h
t
t
2b1
b2+2b1
I kesit
Eşdeğeri
b
t
h
2b1
2b1
h
t
b
T kesit (tablalı)

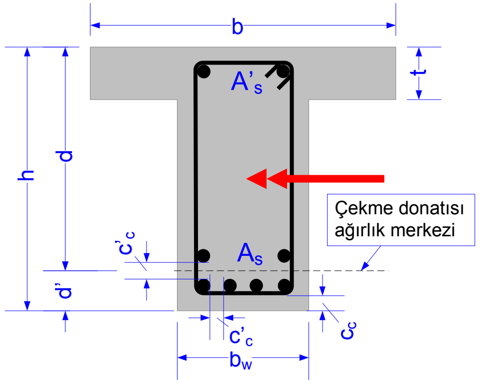
$b \leq 2b_1 + 12t$

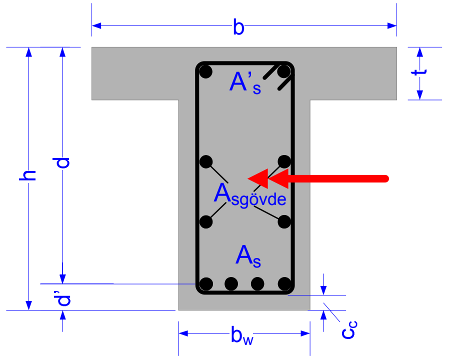
$b \leq 2b_1 + 0.2\alpha L_h$

Daha çok sanayi yapılarında ve köprü kirişlerinde karşılaşılan kutu kesitler eşdeğer tablalı kesit gibi hesaplanabilirler. Çünkü basınç bölgesi alanı ve ağırlık merkezi değişmemektedir. Ancak çalışan tabla genişliği b, yukarıda verilen şartları sağlamalıdır. Momentin etkime durumuna bağlı olarak, çekme tarafında kalan tabla dikkate alınmayacaktır. Bu nedenle, hesaplanacak kesit ⊤ veya ⊥ olmaktadır. Eşdeğer kesit hesapları basitleştirmektedir.

Tanımlar







YÜKSEKLİK: Kiriş alt yüzünden üst yüzüne olan mesafedir, şekilde h ile gösterilmiştir.

GENİŞLİK: Kirişin, kulaklar hariç, gövde genişliğidir, b_w ile gösterilir.

TABLA KALINLIĞI: Tablanın et kalınlığıdır, şekilde t ile gösterilmiştir.

TABLA GENİŞLİĞİ: Basınca çalışan tabla genişliğidir, şekilde b ile gösterilmiştir. Fiziksel olarak tabla daha geniş olsa bile hesaplarda yönetmelikte verilen b kadarı dikkate alınır.

FAYDALI YÜKSEKLİK: Çekme donatısının ağırlık merkezinin en dış basınç lifine uzaklığıdır, şekillerde d ile gösterilmiştir. d=h-d'.

FAYDALI KESİT ALANI: $A_c=b_wd$ olarak tanımlanır.

BETON ÖRTÜSÜ: Çekme veya basınç donatısı merkezinin kiriş alt veya üst yüzüne uzaklığıdır, şekilde d' ile gösterilmiştir.

NET BETON ÖRTÜSÜ: En dıştaki donatının (çoğunlukla etriyenin) dış yüzünün beton yüzüne olan mesafesidir. Kenetlenmeyi sağlamak, paslanmayı önlemek ve yangına dayanımı artırmak gibi amaçları vardır. Şekilde c_c ile gösterilmiştir.

PAS PAYI: Yönetmeliklerde böyle bir tanım yoktur. Eski kaynaklarda beton örtüsü (=d') anlamında kullanılırdı. Günümüzde bazı yazılımlar net beton örtüsüne(=Cc) pas payı demektedirler. Yani bir tanım kargaşası vardır. Bu ders notlarında pas payı=d' olarak kullanılacaktır.

DONATI NET ARALIĞI: Donatı çubuklarının yüzleri arasındaki mesafedir. Şekilde c'_c ile gösterilmiştir. Agreganın geçebilmesi, betonun sıkıştırılabilmesi ve kenetlenmenin sağlanabilmesi için yeterli net aralık bırakılmalıdır.

ÇEKME DONATISI: Çekme kuvvetini karşılamak amacıyla kirişin çekme tarafına konulan donatıdır. Donatı çubuklarının kiriş genişliğine sığmaması durumunda çift sıra olarak da yerleştirilebilir. Şekilde çekme donatısının toplam alanı A_s ile gösterilmiştir.

MONTAJ DONATISI: Kirişin basınç tarafına konulan fakat basınç kuvveti almadığı varsayılan donatıdır. En az iki çubuk konur. Donatı çubuklarının kiriş gövde genişliğine sığmaması durumunda çift sıra veya tabla (varsa) içine de yerleştirilebilir. Montaj donatısının toplam alanı A'_s ile gösterilmiştir.

BASINÇ DONATISI: Kesitin basınç tarafına, basınç kuvveti almak amacıyla konulan donatıdır. Ayrıca montaj donatısı konulmaz. Donatı çubuklarının kiriş genişliğine sığmaması durumunda çift sıra olarak da yerleştirilebilir. Basınç donatısının toplam alanı A'_s ile gösterilmiştir.

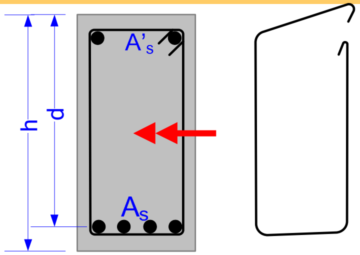
GÖVDE DONATISI: Yüksekliği fazla olan kirişlerin yan yüzlerine konulan donatıdır. Şekilde gövde donatısının toplam alanı $A_{sgövde}$ olarak gösterilmiştir.

BOYUNA DONATI: Kiriş eksenine paralel olan çekme, montaj (veya basınç) donatılarına verilen addır. Bu donatılar kiriş genişliğine sığmalı ve aralarında, kenetlenmeyi sağlamak için, yeterli mesafe olmalıdır. Donatıların kiriş gövde genişliğine sığmaması durumunda; 1) aynı A_s alanını sağlayan daha kalın fakat daha az sayıda çubuk koymak, 2) kiriş genişliğini artırmak, 3) çubukların bazılarını tabla içine yerleştirmek, 4) çift sıra donatı düzenlemek gibi tedbirler alınır.

ENİNE DONATI: Boyuna donatılara dik olarak yerleştirilen ve boyuna donatıları saran donatıya verilen addır. Sargı donatısı veya etriye de denir. Açıklıklarda seyrek, mesnet bölgelerinde ve konsollarda sık yerleştirilir. Kesme, burulma kuvvetlerini karşılamak ve betonun şişmesini önlemek gibi çok önemli görevleri vardır.

KONSTRÜKTİF DONATI: Hesap dışı konulan donatıdır. Mühendis, deneyimine ve sezgisine dayanarak, hesabın gerektirmediği ek donatılar koyabilir.

Tanımlar-Kirişlerde donatı oranları



Bir etriyeli kesit
(iki kollu etriye)

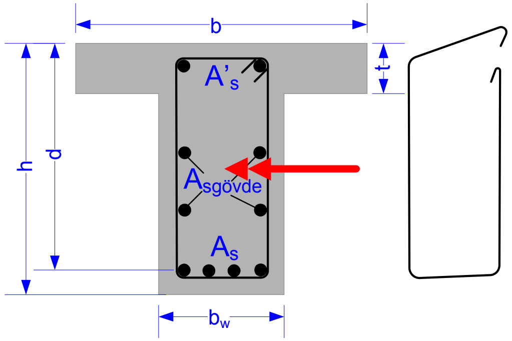
DONATI ORANI: Donatı kesit alanının brüt beton alanına oranıdır. Brüt beton alanı hesabında yükseklik olarak h değil d alınır. Donatı alanı beton alanından düşülmez. Kesitin sadece gövde alanı dikkate alınır, tabla kulakları gibi çıkıntılar dikkate alınmaz. Çekme donatısı, montaj (veya basınç) donatısı, gövde donatısı ve etriye için ayrı ayrı donatı oranı tanımlanır. Donatı oranını simgesi için ρ karakteri kullanılır.

ÇEKME DONATISININ ORANI: Çekme bölgesine konulmuş olan çubukların toplam alanının faydalı alana oranıdır:

$$\rho=\frac{A_s}{b_w d}$$

MONTAJ veya BASINÇ DONATISININ ORANI: Montaj veya basınç kuvveti almak amacıyla basınç bölgesine konulmuş olan çubukların toplam alanının faydalı beton alanına oranıdır:

$$\rho'=\frac{A_s'}{b_w d}$$



Bir etriyeli kesit
(iki kollu etriye)

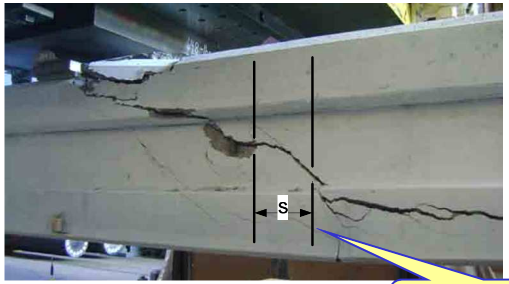
GÖVDE DONATISININ ORANI: Yüksekliği fazla olan kirişlerin yan yüzlerine konulmuş olan çubukların toplam alanının faydalı beton alanına oranıdır:

$$\rho_{gövde}=\frac{A_{sgövde}}{b_w d}$$

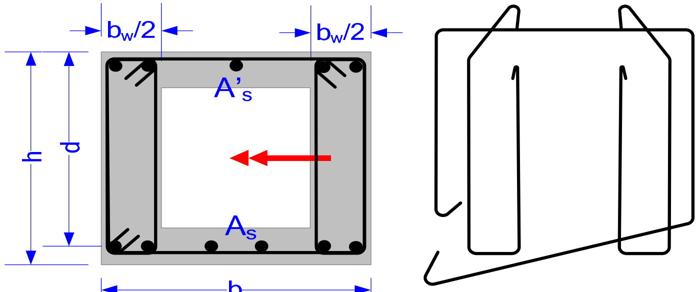
SARGI(ETRİYE) DONATISININ ORANI:

$$\rho_w=\frac{A_{sw}}{b_w s}$$

ile tanımlanır. Burada s etriye adımı (aralığı), A_{sw} etriye **düşey kollarının** toplam kesit alanıdır. Kirişler genellikle iki düşey kolu olan bir etriye ile sarılırlar. Ancak, bazı durumlarda (örneğin geniş kirişlerde) dört, altı veya daha fazla kollu da olabilir. Şekildeki dikdörtgen ve tablalı kesitlerde bir etriye (iki kollu), kutu kesitte ise üç etriye (altı kollu) vardır. A_{sw} etriye alanı, bir kolun kesit alanı ile düşey kol sayısının çarpımıdır. Kesme kuvvetini sadece düşey kollar karşılar. Bu nedenle yatay kolların alanı hesaba katılmaz.



Etriyelerin sadece düşey kolları kesilir. Yatay kollar kesilen bölge dışındadır.



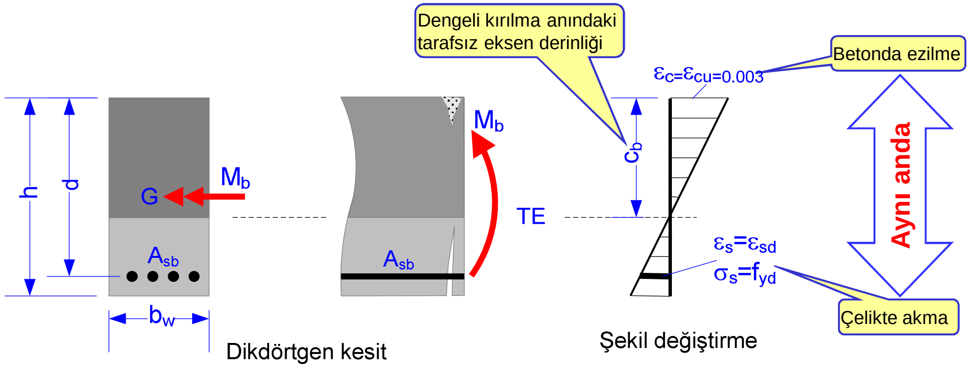
Üç etriyeli kesit(altı kollu etriye)

Kirişlerde dengeli donatı oranı tanımı

ERSOY/ÖZCEBE, S. 231

Dengeli kırılan kesitin donatı oranına **dengeli donatı oranı** adı verilir ve ρ_b ile gösterilir. Dengeli kırılmada donatının akması ve betonun ezilmesi aynı anda olur. Donatıdaki birim uzama ε_{sd} değerine ulaştığı an betonun da ε_{cu}=0.003 birim kısalmasına ulaşır, beton ezilir ve ani göçme olur. Çelik aktığı için $\sigma_s=f_{yd}$ olacaktır.

Dengeli kırılma donatı oranı, sünek kırılma ile gevrek kırılma arasındaki bir sınır değer olduğundan, önemlidir. ρ_b sünek kırılma donatı oranının üst sınırı, gevrek kırılma oranının alt sınırıdır. b indisi dengeli (balanced) anlamındadır. Bu oran bilindiği taktirde kiriş bu oranın altında donatılarak gevrek kırılma önlenir.



Dengeli kırılma anındaki tarafsız eksen derinliği
$\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}$=0.003
Betonda ezilme
h
d
G
M_b
A_{sb}
b_w
M_b
TE
A_{sb}
c_b
Aynı anda
$\varepsilon_s=\varepsilon_{sd}$
$\sigma_s=f_{yd}$
Çelikte akma

Dikdörtgen kesit

Şekil değiştirme

Dengeli kırılma (gevrek kırılma)

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{b_w d}$$

A_{sb} :dengeli kırılmaya neden olan toplam donatı alanı

ρ_b :dengeli kırılmaya neden olan donatı oranı

M_b :Dengeli donatılmış kesitin moment taşıma gücü

Dengeli, denge üstü ve denge altı donatılı kesit tanımı

Dengeli donatılı kesit: Donatı oranı dengeli kırılmaya neden olacak kadar olan kesite denir: $\rho = \rho_b$.

Denge üstü donatılı kesit: Donatı oranı dengeli donatı oranından fazla olan kesite denir: $\rho > \rho_b$.

Denge altı donatılı kesit: Donatı oranı dengeli donatı oranından az olan kesite denir: $\rho < \rho_b$.

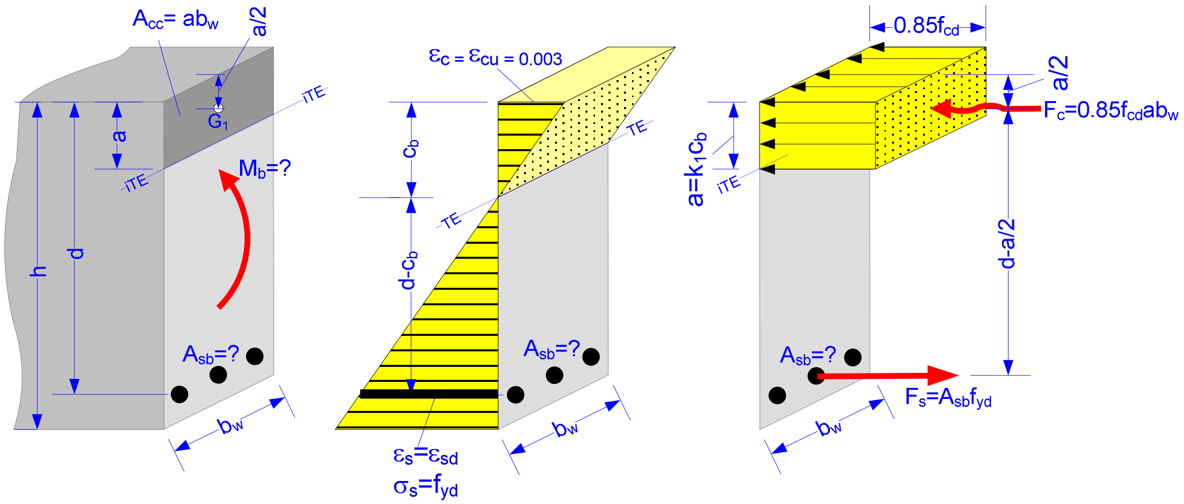
Kırılma türleri donatı oranlarına göre de sınıflandırılabilir:

1.Dengeli donatılı kesit ($\rho = \rho_b$) gevrek kırılır. Tehlikeli !
2.Denge üstü donatılı kesit ($\rho > \rho_b$) gevrek kırılır. Tehlikeli !
3.Denge altı donatılı kesit ($\rho < \rho_b$) sünek kırılır. Arzu edilen kırılma türü

Dengeli donatı oranı ρ_b sünek kırılma donatı oranının üst sınırıdır. Kirişler denge altı donatılmalı, yani daima $\rho < \rho_b$ olmalıdır. Bu bakımdan, ρ_b dengeli donatı oranının bilinmesi önemlidir.

Dikdörtgen kesitli, tek donatılı kirişin dengeli kırılmasına neden olan donatı alanı, dengeli donatı oranı ve kirişin moment taşıma gücünün hesabı

ERSOY/ÖZCEBE, S. 232-233


A_{cc}= ab_w
a/2
G_1
iTE
M_b=?
a
d
h
A_{sb}=?
b_w
$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.003$
c_b
TE
$d-c_b$
ε_s=ε_{sd}
σ_s=f_{yd}
$0.85f_{cd}$
F_c=$0.85f_{cd}ab_w$
$a=k_1c_b$
d-a/2
F_s=$A_{sb}f_{yd}$

Tek donatılı dikdörtgen kesit

Şekil değiştirme

Kuvvetler

Dengeli kırılma (gevrek kırılma)

BİLİNENLER:

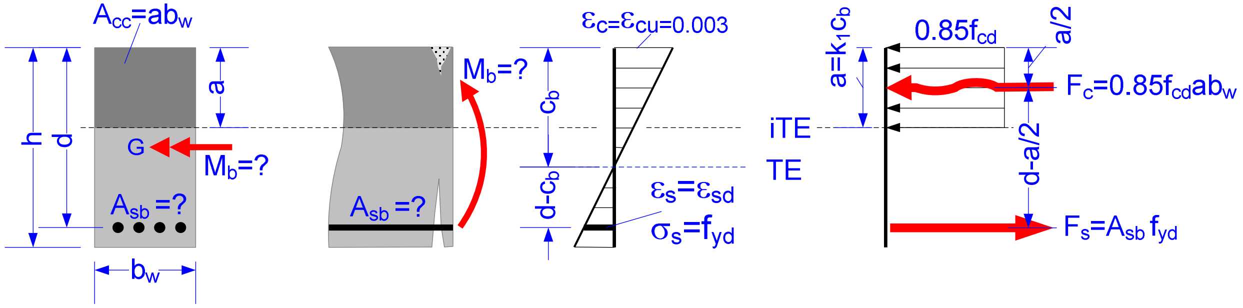
Kesit boyutları (b_w , h, d) ve malzeme (beton/çelik sınıfı) bilinmektedir.

İSTENENLER:

Dengeli kırılmaya neden olacak toplam çekme donatısı alanı A_{sb} ve donatı oranı ρ_b nedir?
Kesitin moment taşıma gücü M_b (moment kapasitesi) ne kadardır?

ÇÖZÜM:

Dengeli kırılmaya ait şekil değiştirme diyagramı ve iç kuvvet durumu şekildeki gibi olacaktır. Donatı ε_{sd} akma birim uzamasına ulaştığı an beton da ε_{cu}=0.003 kırılma birim kısalmasına ulaşacak ve beton ezilecektir. Çelik aktığı için gerilmesi f_{yd} olacaktır. Kırılma anına ait iç kuvvet durumu şekilde görülmektedir. Kesit boyutları ile beton ve çelik sınıfı bilindiğinden d, b_w, ε_{sd} , f_{yd}, f_{cd}, k_1 bellidir. Tarafsız eksenin derinliği c_b şekil değiştirme diyagramından orantı ile bulunabilir. c_b belli olunca basınç bloğu derinliği $a=k_1c_b$ ve basınç kuvveti $F_c=0.85f_{cd}ab_w$ hesaplanabilir. $F_c=F_s$ bağıntısından A_{sb} belirlenir. Bu işlemler sonraki izleyen sayfalarda verilmiştir.


Acc=abw
h
d
a
G
Mb=?
Asb =?
bw
Asb =?
Mb=?
εc=εcu=0.003
cb
d-cb
εs=εsd
σs=fyd
iTE
TE
a=k1cb
0.85fcd
a/2
Fc=0.85fcdabw
d-a/2
Fs=Asb fyd

Tek donatılı dikdörtgen kesit

Şekil değiştirme

Kuvvetler

Dengeli kırılma (gevrek kırılma)

Dengeli donatı oranı (tanım):

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{b_w d}$$

Uygunluk (süreklilik) koşulu (şekil değiştirme diyagramından orantı ile):

$$\frac{0.003}{\varepsilon_{sd}} = \frac{c_b}{d - c_b}$$

$$c_b = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_{sd}} d$$

Çelik akma anında ε_{sd} değerleri

Çelik sınıfı	$\varepsilon_{sd} = f_{yd} / E_s$
S 220	0.000957
S 420, B 420B, B 420C	0.001826
B 500A, B 500B, B 500C	0.002174

220 ve 500 çelikleri Kiriş ve kolonlarda kullanılmaz !

Dengeli kırılma anındaki tarafsız eksenin yeri (derinliği) bulunur. Burada $\varepsilon_{sd}=f_{yd}/E_s$ dir ve çelik sınıfına bağlı değerler tabloda verilmiştir.

Eksenel denge koşulu :

F_c-F_s= 0 → $0.85 f_{cd}\, ab_w - A_{sb} f_{yd} = 0$ → $A_{sb} = 0.85 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} ab_w$ dengeli kırılmaya neden olan çekme donatısı alanı

Her iki taraf $b_w d$ ye bölünürse:

$$\frac{A_{sb}}{b_w d} = 0.85 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{a}{d}$$

$\rho_b = \frac{A_{sb}}{b_w d}$ ve $a = k_1 c_b$ yerine yazılırsa :

$$\rho_b = 0.85 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{k_1 c_b}{d}$$

c_b değeri yerine yazılırsa:

$$\rho_b = 0.85 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} k_1 \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_{sd}}$$

dengeli kırılmaya neden olan çekme donatısı oranı

Dengeli donatı oranı bulunur. Bu oran kesit boyutlarından (b_w, d, h) bağımsızdır, sadece malzemeye bağlıdır (f_{cd}, k_1 betona; f_{yd}, ε_{sd} çeliğe ait sabit değerler). Değişik malzeme için ρ_b değeri hesaplanabilir.

Moment moment taşıma gücü:
Kırılma anındaki moment çelik kuvveti ile moment kolunun çarpımına eşittir. Beton basınç kuvveti ile moment kolunun çarpımı da aynı sonucu verir. Çelik kuvvetinden hesaplamak daha basittir.

$$M_b = A_{sb} f_{yd} (d - \frac{a}{2})$$

Kırılma anındaki moment ≡ Moment taşıma gücü

Görüldüğü gibi dengeli donatı oranını ρ_b kesit boyutlarından bağımsızdır ve sadece malzemeye bağlıdır. Bu oranın bilinmesi **çok önemlidir**, çünkü:
- Bir kiriş **dengeli** veya **denge üstü** donatılmışsa **gevrek kırılır (TEHLİKELİ !).**
- Bir kiriş **denge altı** donatılmışsa **sünek kırılır (İSTENEN KIRILMA TÜRÜ!).**
- Kirişler daima $\rho < \rho_b$ olacak şekilde donatılır.
- Çok donatılı kiriş tehlikelidir, gevrek kırılır.

Dikdörtgen kesitli kirişlerde dengeli donatı oranları

ERSOY/ÖZCEBE, S. 235

EK3:

Çelik	Beton	γ_{mc}=1.4	γ_{mc}=1.5	γ_{mc}=1.7
S 220	**C16/20**	0.0327	0.0305	0.0270
	C18/22	0.0368	0.0344	0.0303
	C20/25	0.0409	0.0382	0.0337
	C25/30	0.0511	0.0477	0.0421
S 420 **B 420**	**C16/20**	0.0141	0.0131	0.0116
	C18/22	0.0158	0.0148	0.0130
	C20/25	0.0176	0.0164	0.0145
	C25/30	0.0220	0.0205	0.0181
	C30/37	0.0254	0.0237	0.0209
	C35/45	0.0286	0.0267	0.0235
	C40/50	0.0314	0.0293	0.0259
	C45/55	0.0339	0.0317	0.0280
	C50/60	0.0362	0.0338	0.0298
B 500	**C16/20**	0.0110	0.0103	0.0091
	C18/22	0.0124	0.0116	0.0102
	C20/25	0.0138	0.0128	0.0113
	C25/30	0.0172	0.0161	0.0142
	C30/37	0.0199	0.0186	0.0164
	C35/45	0.0224	0.0209	0.0184
	C40/50	0.0246	0.0230	0.0203
	C45/55	0.0266	0.0248	0.0219
	C50/60	0.0283	0.0265	0.0233

$$\boxed{\rho_b = 0.85\,\frac{f_{cd}}{f_{yd}}\,k_1\,\frac{0.003}{0.003+\varepsilon_{sd}}}$$

S 220, C16/20 , γ_{mc}=1.5 için örnek:

$f_{cd} = 16/1.5 = 10.67\ \text{N/mm}^2$

$f_{yd} = 220/1.15 = 191.30\ \text{N/mm}^2$

$k_1 = 0.85$

$E_s = 2 \cdot 10^5\ \text{N/mm}^2$

$\varepsilon_{sd} = f_{yd}/E_s = 191.30/\,2 \cdot 10^5 = 0.000957$

$$\rho_b = 0.85\,\frac{10.67}{191.30}\,0.85\,\frac{0.003}{0.003+0.000957}$$

$$\rho_b = 0.0305$$

- 220 ve 500 çelikleri kiriş, kolon ve perde uçlarında kullanılamaz (Bak: Dep. Yön.-2007, Madde 3.2.5.3).
- C16/20 ve C18/22 betonları deprem bölgelerinde kullanılamaz (Bak: Dep. Yön-2007, Madde 3.2.5.1)

Kirişlerde donatı oranı üst ve alt sınırları

TS 500:2000, S. 23, 30
Deprem Yönetmeliği 2007, Madde 3.4.2.1

Dengeli donatı oranı ρ_b teorik üst sınır değerdir. Güvenlik nedeniyle, uygulamada kirişin donatı oranı bu üst sınırdan biraz daha küçük kalmalıdır. Donatı oranı sıfır olamaz. O halde donatı oranının alt sınırı da olmalıdır.

TS 500:2000 ve Deprem yönetmeliği-2007 donatı oranlarını aşağıdaki gibi sınırlandırmıştır[1]. Mühendis kesite koyduğu donatının oranını kontrol etmek, yönetmelik sınırlarını sağlamak zorundadır.

Çekme donatısı oranının üst sınırı:

$$\rho - \rho' \leq 0.85\rho_b$$

$$\rho \leq 0.02$$

Çekme donatısı oranının alt sınırı:

$$\rho \geq 0.8\frac{f_{ctd}}{f_{yd}}$$

Gövde donatısı oranının alt sınırı:

$$\rho_{gövde} \geq 0.001$$

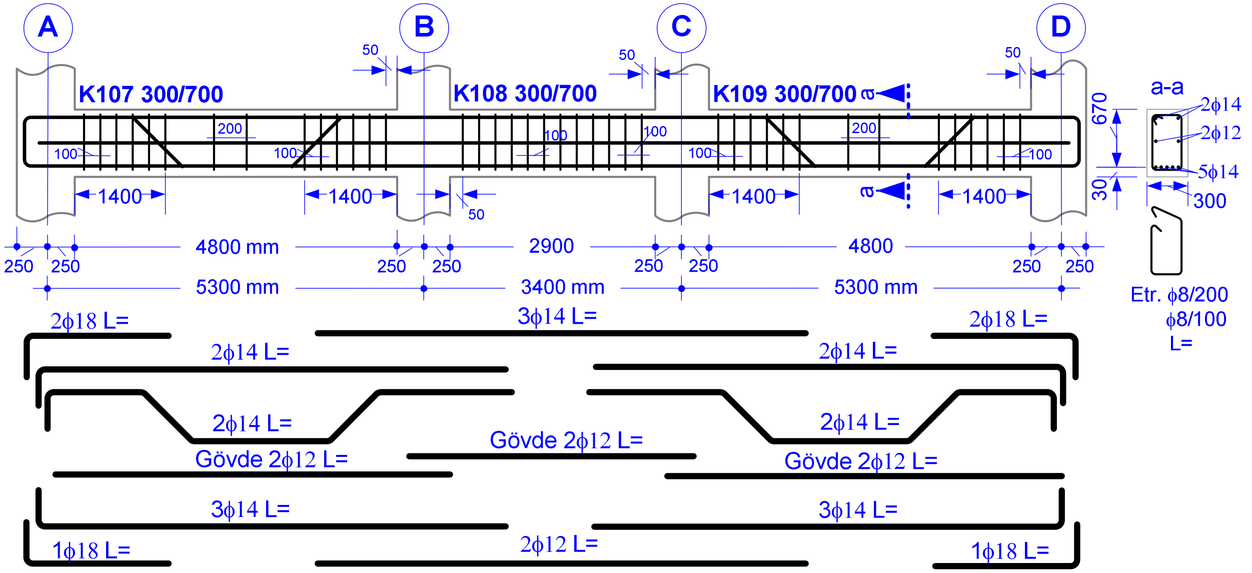
Sargı(etriye) donatısı oranının alt sınırı:

$$\rho_w \geq 0.3\frac{f_{ctd}}{f_{ywd}}$$

ρ: çekme donatısının oranı
ρ' : basınç veya montaj donatısının oranı
ρ_b: dengeli donatı oranı
f_{ctd}: betonun çekme tasarım dayanımı
f_{yd}: boyuna donatı çeliğinin çekme tasarım dayanımı
f_{ywd}: sargı donatı çeliğinin çekme tasarım dayanımı

---

[1] TS 500:2000, Mdde 7.3 ve Madde 8.1.5


A
B
C
D
K107 300/700
K108 300/700
K109 300/700
a
a
a-a
50
50
50
50
200
200
100
100
100
100
100
100
1400
1400
1400
1400
670
30
2ϕ14
2ϕ12
5ϕ14
300
250
250
250
250
250
250
250
250
4800 mm
2900
4800
5300 mm
3400 mm
5300 mm
2ϕ18 L=
3ϕ14 L=
2ϕ18 L=
2ϕ14 L=
2ϕ14 L=
2ϕ14 L=
2ϕ14 L=
Gövde 2ϕ12 L=
Gövde 2ϕ12 L=
Gövde 2ϕ12 L=
3ϕ14 L=
3ϕ14 L=
1ϕ18 L=
2ϕ12 L=
1ϕ18 L=
Etr. ϕ8/200
ϕ8/100
L=

C25/30

B 420C

Örnek:

Çizimi yukarıda verilen kiriş C25/30 betonu ve B 420C çeliği ile iyi denetimli bir şantiyede inşa edilecektir. a-a kesitindeki donatıların oranları yönetmelik koşullarını sağlar mı? Kontrol ediniz.

Çözüm:

Veri hazırlığı:

f_{ck}=25, f_{ctk}=1.8 N/mm² (EK 1den)

$f_{yk}=f_{ywk}$=420 N/mm² (EK2 den)

γ_{mc}=1.5, γ_{ms}=1.15

ρ_b=0.0205 (EK3 den)

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_{mc}}$$

f_{cd}=25/1.5=16.67 N/mm²

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_{mc}}$$

f_{ctd}=1.8/1.5=1.2 N/mm²

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{ms}}, \quad f_{ywd} = \frac{f_{ywk}}{\gamma_{ms}}$$

$f_{yd}=f_{ywd}$=420/1.15=365.22 N/mm²

Çekme donatısı: 5ϕ14→A_s=770 mm² (tablo Ek6 dan)

Montaj donatısı: 2ϕ14 →A_s'=308 mm²

Gövde donatısı 2ϕ12→$A_{sgövde}$=226 mm²

ϕ8 çift kollu etriye →A_{sw}=2·50=100 mm²

Donatı oranları:

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d}$$

ρ=770/300/670=0.0038

$$\rho' = \frac{A_s'}{b_w d}$$

ρ'=308/300/670=0.0015

$$\rho_{gövde} = \frac{A_{sgövde}}{b_w d}$$

$\rho_{gövde}$=226/300/670=0.0011

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s}$$

ρ_w=100/300/200=0.0017

Kontrol:

$\rho - \rho'$=0.0038-0.0015=0.0023<0.85·0.0205=0.0174 ✓ ← $\rho - \rho' \leq 0.85\rho_b$.

ρ =0.0038<0.02 ✓ ← $\rho \leq 0.02$

ρ =0.0038>0.8·1.2/365.22=0.0026 ✓ ← $\rho \geq 0.8\frac{f_{ctd}}{f_{yd}}$

$\rho_{gövde}$=0.0011>0.001 ✓ ← $\rho_{gövde} \geq 0.001$

ρ_w=0.0017>0.3·1.2/365.22=0.0010 ✓ ← $\rho_w \geq 0.3\frac{f_{ctd}}{f_{ywd}}$

ÖRNEK

VERİLENLER:

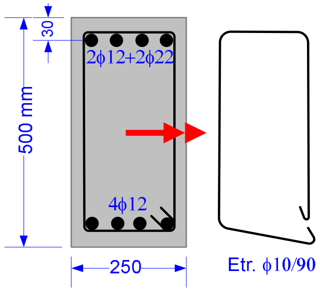
Eskişehir merkezde inşa edilmiş bir kirişin mesnet kesiti.

Malzeme:

C20/25 (beton)
B 420C(boyuna donatı)
S 220 (sargı donatısı)

İSTENENLER:

1.Mevcut donatı yönetmeliklere uygun mu? Kontrol ediniz.
2.Kesit dengeli mi, denge altı mı, denge üstü mü donatılmıştır?
3.Kırılırsa, nasıl kırılır?



Kesit

ÇÖZÜM:

Veri hazırlığı:

f_{ck}=20, f_{ctk}=1.6 N/mm^2 (EK1 den)

f_{yk}=420, f_{ywk}=220 N/mm^2 (EK2 den)

γ_{mc}=1.5 (iyi denetimli beton)

γ_{ms}=1.15 (her tür çelik için)

ρ_b=0.0164 (EK3 den)

f_{cd}=20/1.5=13.33 N/mm^2 ◄ $f_{cd}=\frac{f_{ck}}{\gamma_{mc}}$

f_{ctd}=1.6/1.5=1.07 N/mm^2 ◄ $f_{ctd}=\frac{f_{ctk}}{\gamma_{mc}}$

f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm^2 ◄ $f_{yd}=\frac{f_{yk}}{\gamma_{ms}}$

f_{ywd}=220/1.15=191.30 N/mm^2 ◄ $f_{ywd}=\frac{f_{ywk}}{\gamma_{ms}}$

Çekme donatısı: 2ϕ12+ 2ϕ22 → A_s=986 mm^2 (Bak: EK4, EK5)

Montaj donatısı: 4ϕ12 →A_s'=452 mm^2

ϕ10 çift kollu etriye →A_{sw}=2·79=158 mm^2

Donatı oranları:

ρ=986/250/470=0.0084 ◄ $\rho=\frac{A_s}{b_w d}$

ρ'=452/250/470=0.0038 ◄ $\rho'=\frac{A_s'}{b_w d}$

ρ_w=158/250/90=0.0070 ◄ $\rho_w=\frac{A_{sw}}{b_w s}$

Kontrol:

ρ-ρ'=0.0084-0.0038=0.0046< 0.85·0.0164=0.0139 ✓◄ $\rho-\rho'\le 0.85\rho_b$

ρ=0.0084<0.02 ✓◄ $\rho\le 0.02$

ρ =0.0084>0.8·1.07/365.22=0.0023 ✓◄ $\rho\ge 0.8\frac{f_{ctd}}{f_{yd}}$

ρ_w=0.0070>0.3·1.07/191.30=0.0017 ✓◄ $\rho_w\ge 0.3\frac{f_{ctd}}{f_{ywd}}$

Sonuç:

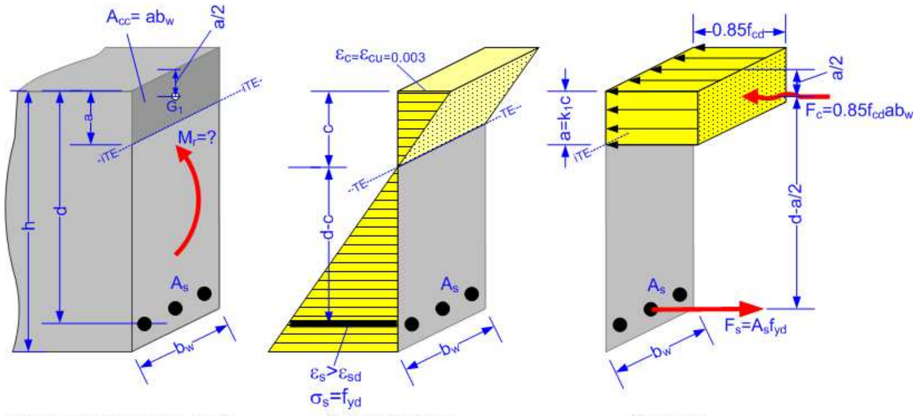
1.Donatı oranları alt ve üst sınırları sağladığından yönetmeliklere uygundur.

2.$\rho-\rho'\le 0.85\rho_b$ koşulu sağlandığından kesit denge altı donatılmıştır.

3.Kesit denge altı donatıldığından, kırılma sünek olacaktır.

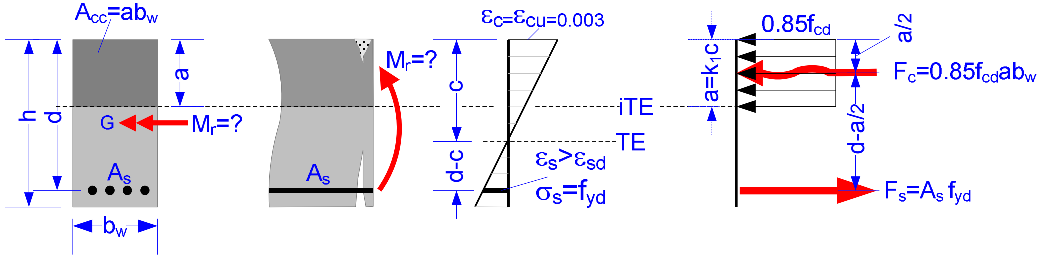
Tek donatılı, denge altı donatılmış dikdörtgen kesitli kirişin taşıma gücü

ERSOY/ÖZCEBE, S. 234


A_{cc}= ab$_w$
a/2
ε_c=ε_{cu}=0.003
0.85f_{cd}
a/2
a
G$_1$
M$_r$=?
TE
a=k$_1$c
c
F_c=0.85f_{cd}ab$_w$
h
d
d-c
d-a/2
A$_s$
A$_s$
A$_s$
b$_w$
b$_w$
b$_w$
ε_s>ε_{sd}
σ_s=f_{yd}
F_s=$A_s f_{yd}$

Tek donatılı dikdörtgen kesit Şekil değiştirme Kuvvetler

Çekme kırılması (perspektif görünüş)


A_{cc}=ab$_w$
a
h
d
G
M$_r$=?
A$_s$
b$_w$
M$_r$=?
A$_s$
ε_c=ε_{cu}=0.003
c
iTE
TE
d-c
ε_s>ε_{sd}
σ_s=f_{yd}
0.85f_{cd}
a/2
a=k$_1$c
F_c=0.85f_{cd}ab$_w$
d-a/2
F_s=A_s f_{yd}

Tek donatılı dikdörtgen kesit Şekil değiştirme Kuvvetler

Çekme kırılması (düzlem görünüş)

Kesit boyutları (b_w, d, h), donatı alanı (A_s), malzemesi (beton/çelik sınıfı) ve denge altı donatıldığı bilinen dikdörtgen kesitin moment taşıma gücü (M_r) ne kadardır?

Denge altı donatılı kesitlerde önce çelik akar, $\varepsilon_s > \varepsilon_{sd}$, $\sigma_s = f_{yd}$ olur. Çelik uzamaya devam ederken betondaki birim kısalma da giderek artar, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.003$ olur ve beton ezilir. Kırılma sünektir (çekme kırılması). Yönetmelikler sadece denge altı donatılı kesitlere izin verirler.

Çelik aktığı için gerilmesi sabit ve f_{yd} dir, Bu nedenle $F_s = A_s f_{yd}$ çelik kuvveti bellidir. Kırılma anındaki momentin, yani kirişin M_r moment taşıma gücünün hesaplanabilmesi için a gerilme bloğu derinliğinin belirlenmesi gerekir. Çünkü moment kolu a değerine bağlıdır.

Eksenel kuvvet dengesi:

$$F_c = F_s \rightarrow 0.85 f_{cd} a b_w = A_s f_{yd}$$

Basınç bloğunun derinliği:

Yukarıdaki bağıntıda sadece a bilinmemektedir, hesaplanabilir.

$$a = \frac{A_s}{0.85 b_w} \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

Tarafsız eksenin yeri:

$$a = k_1 c \rightarrow c = a/k_1$$

Kirişin moment taşıma gücü:

F_s=F_c kuvvet çiftinin momenti kirişin kırılma anındaki momentini, yani moment taşıma gücünü verir.

$$M_r = F_s\,(d\text{-}a/2) = F_c\,(d\text{-}a/2)$$

olur. M_r yi çelik kuvvetinden hesaplamak daha basittir:

$$M_r = A_s f_{yd} (d - \frac{a}{2})$$

ÖRNEK: Tek donatılı, denge altı donatılmış, dikdörtgen kesitli kirişin taşıma gücü

ERSOY/ÖZCEBE, S. 236

VERİLENLER:
İyi denetimli bir şantiyede yapılmış kirişin boyutları, donatısı, g (sabit) ve q (hareketli) karakteristik yükleri , malzemesi: C20/25-B 420C.
Montaj donatısı ve sargı verilmemiştir, hesaplarda dikkate alınmayacaktır.

İSTENENLER:
Kiriş verilen yükleri güvenle taşıyabilir mi?
Kırılma anındaki şekil değiştirme ve iç kuvvet durumunu şekil üzerinde gösteriniz.

ÇÖZÜM:
Kirişin güvenli olması için,
1) Gevrek kırılma önlenmiş, yani kiriş denge altı donatılı olmalı, donatı oranı aşağıdaki koşulları sağlamalı:

$\rho \leq 0.85\ \rho_b$, $\rho \leq 0.02$ (max donatı oranı)
$\rho \geq 0.8\ f_{ctd}/f_{yd}$ (min donatı oranı)

2) Kirişin moment taşıma gücü, yüklerden oluşan tasarım momentinden büyük veya eşit olmalı[1]: $M_r \geq M_d$

C20/25-B420C malzemesi için:

$\gamma_{mc}=1.5$, $\gamma_{ms}=1.15$, $k_1=0.85$, $\rho_b=0.0164$

$f_{ck}=20\ N/mm^2$, $f_{ctk}=1.6\ N/mm^2$, $f_{yk}=420\ N/mm^2$

$f_{cd}=20/1.5=13.33\ N/mm^2$, $f_{ctd}=1.6/1.5=1.07\ N/mm^2$
$f_{yd}=420/1.15=365.22\ N/mm^2$

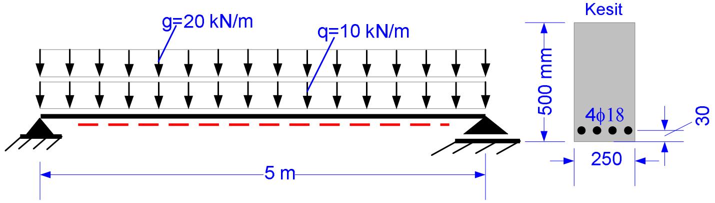
Çekme donatısı oranı kontrolü:

$A_s=1018\ mm^2$, $\rho=1018/(250 \cdot 470)=0.0087$

$\rho=0.0087<0.85\rho_b=0.85 \cdot 0.0164=0.0139$ **(denge altı donatılı)** ✓

$\rho=0.0087<0.02$ ✓

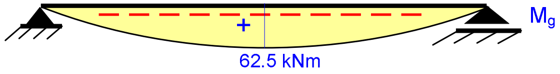
$\rho=0.0087>0.8 \cdot 1.07/365.22=0.0023$ ✓

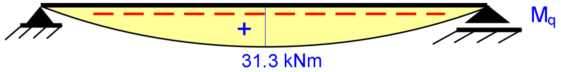

g=20 kN/m
q=10 kN/m
Kesit
500 mm
4ϕ18
30
250
5 m

Tasarım momenti:

$M_g = 20 \cdot 5^2/8 = 62.5$ kN·m (sabit yükten)
$M_q=10 \cdot 5^2/8 = 31.3$ kN·m (hareketli yükten)

Karakteristik yük etkileri





$M_d = 1.4 \cdot 62.5+1.6 \cdot 31.3 = 137.6$ kN·m (**tasarım momenti**)

Basınç bloğu ve tarafsız eksenin derinliği:

$a=1018 \cdot 365.22/0.85/250/13.33=131.3$ mm ← $a = \dfrac{A_s\ f_{yd}}{0.85\ b_w\ f_{cd}}$

$c=131.3/0.85=154.5$ mm ← $c = a / k_1$

Moment taşıma gücü:

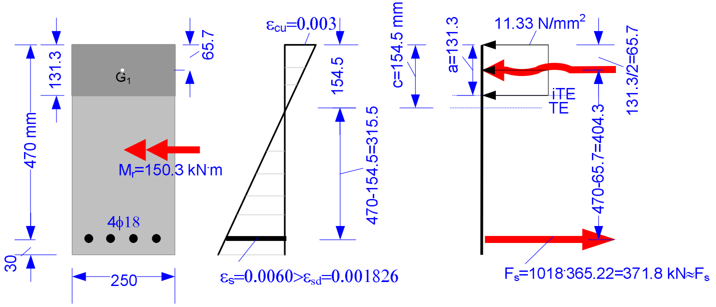
$M_r = 1018 \cdot 365.22(470-131.3/2)=150334888$ N·mm ← $M_r = A_s f_{yd} (d - \dfrac{a}{2})$

$M_r=150.3$ kN·m **(moment taşıma gücü)**

$M_r=150.3$ kN·m > $M_d=137.6$ kN·m

olduğundan kiriş verilen yükleri güvenle taşır. ✓

Kırılma anında şekil değiştirme ve iç kuvvet durumu:


131.3
65.7
G_1
470 mm
M_r=150.3 kN·m
4ϕ18
30
250
ε_{cu}=0.003
154.5
470-154.5=315.5
ε_s=0.0060>ε_{sd}=0.001826
c=154.5 mm
a=131.3
11.33 N/mm²
iTE
TE
131.3/2=65.7
470-65.7=404.3
F_s=1018·365.22=371.8 kN≈F_s

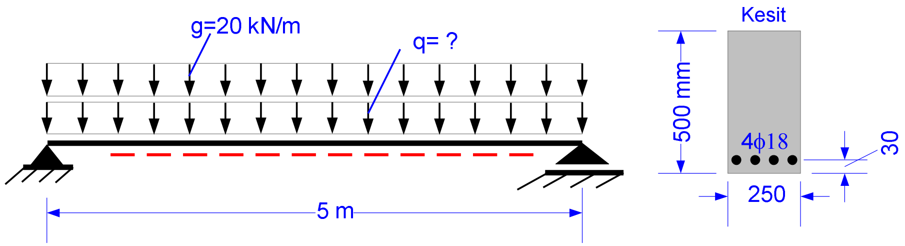
---

[1] Kirişin güvenli olması için $V_r \geq V_d$ koşulunun da sağlanması gerekir. Kesme hesabı henüz anlatılmadığı için bu kontrol yapılmayacaktır.

ÖRNEK: Tek donatılı, denge altı donatılmış, dikdörtgen kesitli kirişin taşıma gücü

VERİLENLER:
İyi denetimli bir şantiyede yapılmış kirişin boyutları, donatısı, g karakteristik sabit yükü, malzemesi: C20/25-B 420C.
Montaj donatısı dikkate alınmayacaktır.

İSTENENLER:
Kirişin güvenle taşıyabileceği en büyük q karakteristik hareketli yükü ne kadardır?



ÇÖZÜM:

Yüklerden oluşan tasarım momenti kirişin moment taşıma gücünden küçük veya eşit olmalıdır[1]: $M_d \leq M_r$

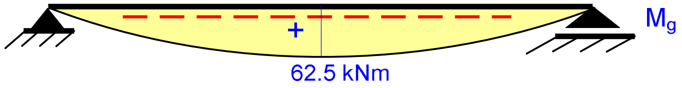
Moment taşıma gücü:

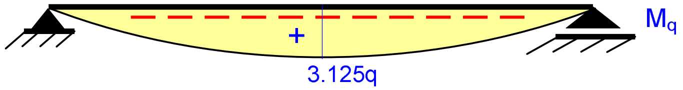
Kiriş kesiti bir önceki örnek ile aynı olduğundan moment taşıma gücü de aynıdır: M_r=150.3 kN·m

Tasarım momenti:

$M_g=20 \cdot 5^2/8=62.5$ kN·m (sabit yükten)

$M_q=q \cdot 5^2/8=3.125q$ kN·m (hareketli yükten)





$M_d = 1.4 \cdot 62.5 + 1.6 \cdot 3.125q = 87.5 + 5.0q$

Kirişin güvenle taşıyabileceği maksimum q karakteristik yükü:

$M_d \leq M_r$ olmalı.

$87.5+5.0q \leq 150.25$

q=12.6 kN/m bulunur.

---

[1] Kirişin güvenli olması için $V_r \geq V_d$ koşulunun da sağlanması gerekir. Kesme hesabı henüz anlatılmadığı için bu kontrol yapılmayacaktır.

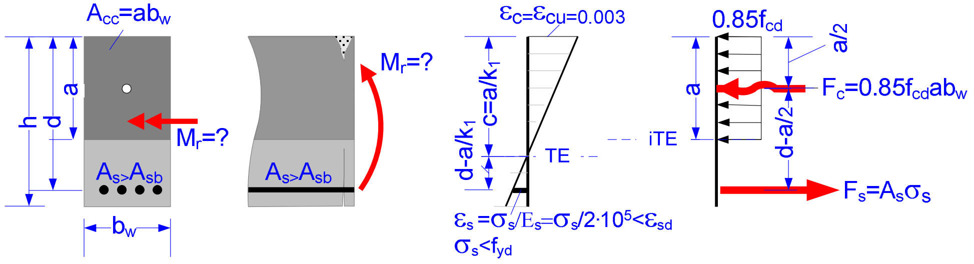
taslak

Tek donatılı, denge üstü donatılmış, dikdörtgen kesitli kirişin taşıma gücü

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz

Kesit boyutları (b_w, d, h), donatı alanı (A_s), malzemesi (beton/çelik sınıfı) ve denge üstü donatıldığı bilinen dikdörtgen kesitin moment taşıma gücü (M_r) ne kadardır?



Tek donatılı dikdörtgen kesit　　Şekil değiştirme　　Kuvvetler

Basınç kırılması

Denge üstü donatılı kesitlerde çelik akmaz, belirgin çatlak oluşmaz, beton aniden ezilir, ε_{cu}=0.003. Kırılma gevrektir. **Yönetmelikler denge üstü donatılı kesitlere izin vermezler**. Fakat bir nedenle denge üstü donatılmış bir kesit varsa moment taşıma gücü nasıl hesaplanacaktır?

Çelik akmayacağı için : $\varepsilon_s < \varepsilon_{sd}$, $\sigma_s < f_{yd}$
HOOKE geçerlidir : $\varepsilon_s = \sigma_s / E_s = \sigma_s / 2\cdot10^5$

Kırılma anındaki momentin, yani kirişin M_r moment taşıma gücünün hesaplanabilmesi için çelikteki σ_s gerilmesinin ve a gerilme bloğu derinliğinin belirlenmesi gerekir. Çünkü moment kolu a değerine bağlıdır. $\rho=A_s/(b_w d)$ bilinmektedir. Bazı ara işlemler gösterilmeksizin ; σ_s , a ve M_r nin hesabı aşağıda verilmiştir. **Birimler N ve mm cinsindendir.**

ÇÖZÜM:

$$F_c = F_s \rightarrow 0.85 f_{cd} a b_w = A_s \sigma_s$$
Yatay denge

$$a = \frac{A_s}{0.85 f_{cd} b_w}\sigma_s \quad ①$$
σ_s bilinmiyor

$$\frac{a/k_1}{d-a/k_1} = \frac{0.003}{\sigma_s/E_s} = \frac{600}{\sigma_s}$$
Şekil değiştirme diyagramından orantı ile

$$a = \frac{600}{\sigma_s + 600} k_1 d \quad ②$$
σ_s bilinmiyor. **Birimler N ve mm alınmalıdır.**

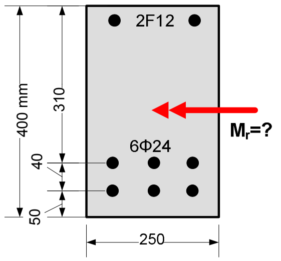
$$\frac{A_s}{0.85 f_{cd} b_w}\sigma_s = \frac{600}{\sigma_s + 600} k_1 d$$
1 ve 2 bağıntıları eşitlendi

$$\sigma_s^2 + 600\sigma_s - 510\frac{k_1 f_{cd}}{\rho} = 0$$
2^0 denklemde sadece σ_s bilinmiyor

$$\sigma_s = -300 + \sqrt{9\cdot10^4 + 510\frac{k_1 f_{cd}}{\rho}}$$
Sağ tarafta bilinmeyen yok. Bu bağıntıdan çelik gerilmesi σ_s hesaplanır. 2 bağıntısında yerine konur, a hesaplanır. **Birimler N ve mm alınmalıdır.**

$$M_r = A_s \sigma_s (d - a/2)$$
Moment taşıma gücü, M_r, hesaplanır. **Birimler N ve mm alınmalıdır.**

ÖRNEK:



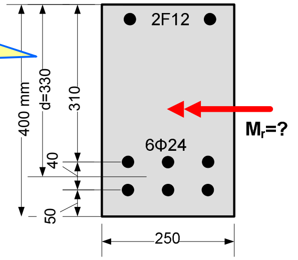
Sağda görülen kiriş kesiti Eskişehir'deki eski bir yapının uygulama projesinden alınmıştır. Malzeme C16/20-S 420 dir.

Kesit boyutlarının küçük, çubukların çok, kalın ve çift sıra yerleştirilmiş olması denge üstü donatılmış olabileceği şüphesini doğurmuştur. Donatı oranlarının yönetmeliklere uygunluğu kontrol edilecek ve kesitin moment taşıma gücü M_r hesaplanacaktır. M_r nin hesabında 2Φ12 montaj çubukları dikkate alınmayacaktır.

ÇÖZÜM:

f_{cd}=16/1.5=10.67 N/mm², f_{ctd}=1.4/1.5=0.93 N/mm², f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm²

faydalı yükseklik donatı ağırlık merkezinin en çok zorlanan life mesafesidir



k_1=0.85, ρ_b=0.0131

Min ρ=0.8·0.93/365.22=0.002

Max ρ=0.02

Max ρ=0.85ρ_b=0.85·0.013=0.0111

A_s=2714 mm²

A'_s=226 mm²

Donatı oranları kontrol:

ρ=2714/250/330=0.0329

ρ'=226/250/330=0.0027

ρ=0.0329> Min ρ=0.002 ✓

ρ=0.0329> Max ρ=0.02 ? Yönetmeliklere aykırı

ρ–ρ'=0.0329-0.0027=0.0302>0.85ρ_b=0.0111? denge üstü donatılmış, gevrek kırılır, yönetmeliklere aykırı

M_r nin hesabı:

$$\sigma_s = -300 + \sqrt{9\cdot10^4 + 510\frac{0.85\cdot10.67}{0.0329}} = 180\ \text{N/mm}^2$$

$$a = \frac{600}{180+600}0.85\cdot330 = 215\ \text{mm}$$
Basınç bloğu dernliği

$$M_r = 2714\cdot180(330 - 215/2) = 108696\ \text{Nmm}$$

$$M_r = 108.6\ \text{kNm}$$
Kirişteki moment, bir nedenle, bu değere ulaştığında ani olarak kırılır.!

taslak

Donatı oranı-Moment taşıma gücü ilişkisi

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz

Sağda görülen kesitte malzeme C30/37-B 420C dir: $\gamma_{mc}=1.5$, $k_1=0.82$, $\rho_b=0.0237$, $0.85\ \rho_b=0.02$, Min $\rho=0.0028$, Max $\rho=0.02$ alınmıştır.

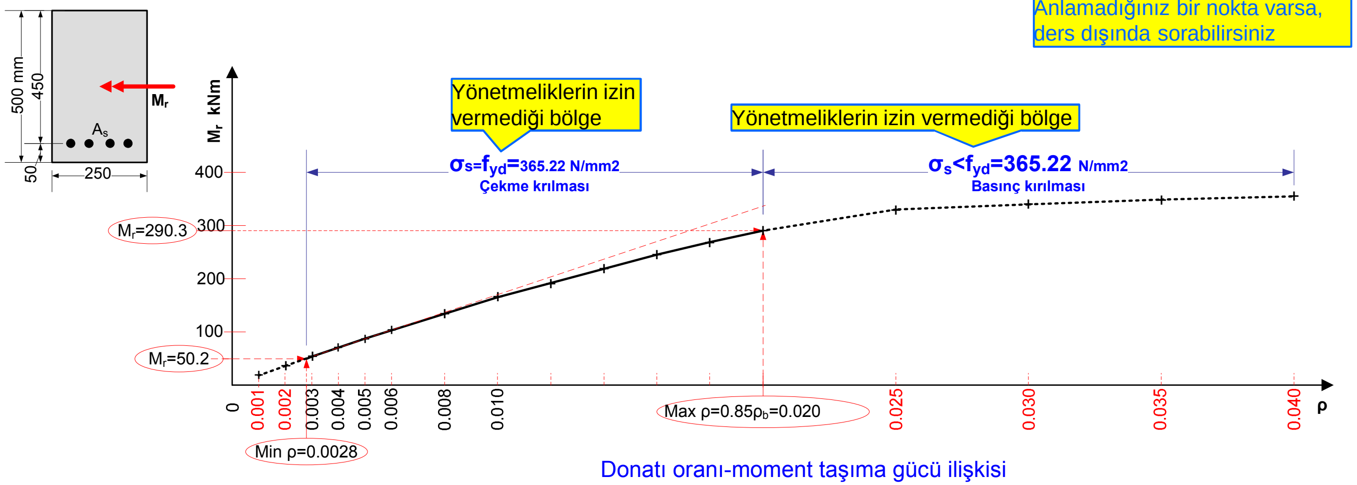
Bu kesitin farklı donatı oranları için moment taşıma gücü hesaplanarak ρ-M_r değişimi grafik olarak verilmiştir. ρ-M_r eğrisinin eğiminin $\rho<$Max ρ durumunda büyük, $\rho>$Max ρ durumunda küçük olduğu görülmektedir.

Bundan şu sonuca varılır:

1) $\rho<$Max ρ durumunda ρ iki katına çıkarıldığında M_r de iki kata yakın artmaktadır. Örnek: $\rho=$Min $\rho=0.0028$ de $M_r=50.2$ kNm, $\rho=$Max $\rho=0.02$ de $M_r=290.3$ kNm dir. ρ daki artış 0.020/0.028=7.1 kat iken M_r deki artış 290.3/50.2=5.8 kat dır.

2) $\rho>$Max ρ durumunda çelik miktarı artarken moment taşıma gücü hemen hiç artmamaktadır. Bunun nedeni, çeliğin akmaması, çelikte düşük gerilme olmasıdır. Demek ki çok çelik koymak fazla bir yarar sağlamamakta, ekonomik olmamakta, üstelik gevrek kırılmaya neden olmaktadır.

3) $\rho=0.010$ noktasında da ρ-M_r eğrisinin eğiminin az da olsa düştüğü gözlenmektedir.



Donatı oranı-moment taşıma gücü ilişkisi

taslak

Beton dayanımı-Moment taşıma gücü ilişkisi

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz

Sağda görülen kesitte çelik B 420C dir: $\gamma_{mc}=1.5$ alınmıştır. $A_s=1140$ mm^2, Min $\rho<\rho=0.01<$Max ρ sağlanmaktadır.

Bu kesitin farklı beton sınıfları için moment taşıma gücü hesaplanarak betonsınıfı-M_r değişimi grafik olarak verilmiştir.

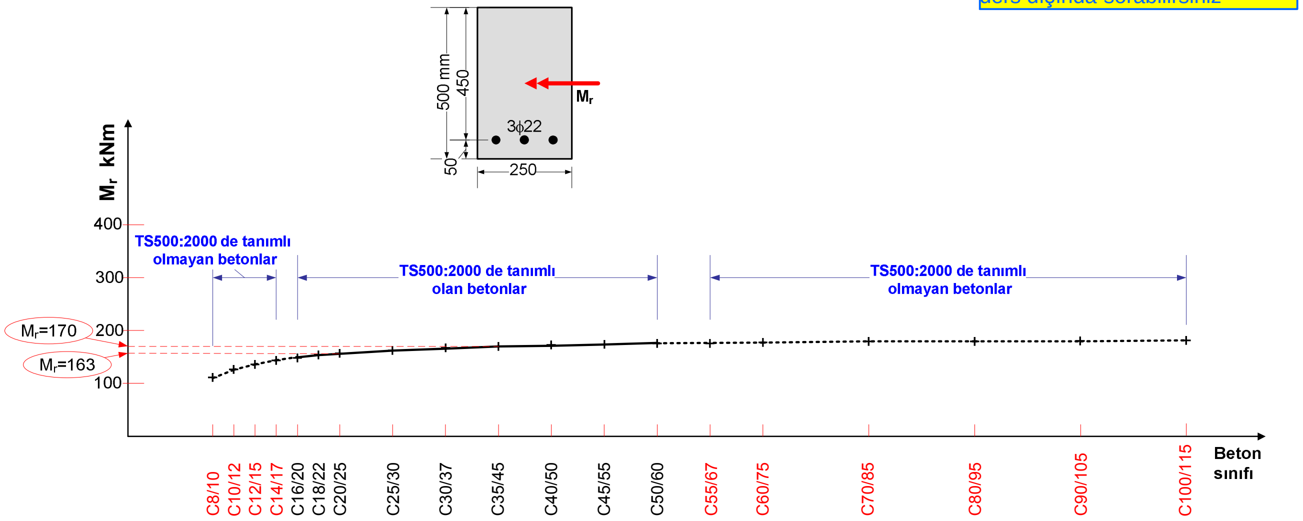
Grafiğin incelenmesinden:

1)Dayanım artışının moment taşıma gücüne kayda değer bir artiş sağlamadığı

2)Özellikle C30/37 ve üstü betonlarda moment taşıma gücünün aynı kaldığı

Görülmektedir.

Bu bilgiyi şöyle de yorumlayabiliriz: Eski bir yapıda projesine göre C35/45 ile inşa edilmesi gereken bir kirişin betonunun inceleme sonucu C20/25 olduğu belirlenmiş olsun. **‘bu kiriş göçer’** demek doğru olmaz. Çünkü, grafikten görüldüğü gibi, kesitin her iki beton ile moment taşıma gücü nerdeyse aynıdır. Dayanım kaybı 35/20=1.75→%75 olmasına rağmen moment taşıma gücündeki kayıp 170 /163=1.04, yani sadece %4 olmuştur. Eğer kesme ve burulma açısından bir sorun yoksa, beton kalitesinin öngörülenden düşük olması bir sorun yaratmayacaktır.



Beton dayanımı-moment taşıma gücü ilişkisi

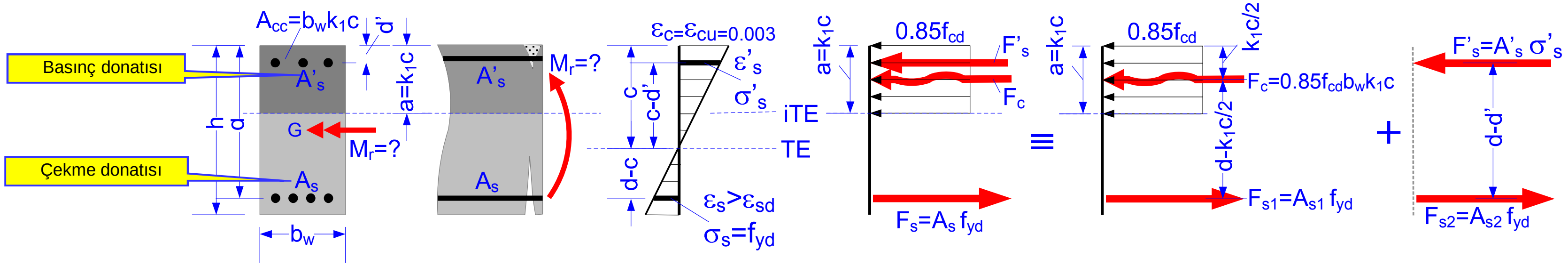
UYARI: Yukarıdaki açıklamalara göre, kiriş moment taşıma gücü beton sınıfına değil, çelik miktarına bağlıdır. Ancak, bu sadece moment taşıma gücü için geçerlidir. Kesme ve yüksek eksenel kuvvet(KOLON) durumunda beton sınıfı çok önemlidir. Yapıyı ayakta tutan, öncelikle, kolondur.

Çift donatılı, denge altı donatılmış dikdörtgen kesitli kirişin taşıma gücü

Derste anlatılmayacak

ERSOY/ÖZCEBE, S. 238-243

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz


Basınç donatısı
Çekme donatısı
$A_{cc}=b_wk_1c$
d'
A's
a=k₁c
h
d
G
M_r=?
As
bw
A's
M_r=?
As
$\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}$=0.003
ε's
σ's
c
c-d'
iTE
TE
d-c
$\varepsilon_s>\varepsilon_{sd}$
$\sigma_s=f_{yd}$
a=k₁c
0.85fcd
F's
Fc
$F_s=A_s f_{yd}$
≡
a=k₁c
0.85fcd
k₁c/2
$F_c=0.85f_{cd}b_wk_1c$
d-k₁c/2
$F_{s1}=A_{s1} f_{yd}$
+
$F'_s=A'_s\,\sigma'_s$
d-d'
$F_{s2}=A_{s2} f_{yd}$

Çift donatılı dikdörtgen kesit   Şekil değiştirme   Kuvvetler   1.Model   2.Model

Çekme kırılması (sünek kırılma)

$$\rho=\frac{A_s}{b_w d}$$ (çekme donatısı oranı)

$$\rho'=\frac{A'_s}{b_w d}$$ (basınç donatısı oranı)

Tek donatılı kirişin moment taşıma gücü yetersiz kaldığında, taşıma gücünü artırmak için ya kiriş kesiti ($b_w \cdot d$) büyütülür yada basınç bölgesine de donatı konur. Şekilde basınç donatısı A'_s ile çekme donatısı da A_s ile gösterilmiştir. Basınç donatısı aynı zamanda montaj görevi görür, ayrıca montaj donatısı konmaz.

İç kuvvetler 1.modelin ve 2.modelin toplamı olarak düşünülebilir. $A_s = A_{s1}+A_{s2}$ dir. **Dengeli donatı durumunda** A'_s akar, öyleyse $\sigma'_s=f_{yd}$, $F'_s=F_{s2}$, $A'_s=A_{s2}$, $A_{s1}=A_s-A'_s$ olur. Dengeli kırılma A_{s1} donatısının akması, uzaması ve daha sonra da betonun ezilmesi ile olur. Çünkü, ikinci modelde beton kuvveti yoktur, sadece çelik çubuklarda kuvvetler vardır. A_{s2} ve A'_s sünek malzemelerdir; aksalar dahi, beton olmadığı için, ikinci modelde gevrek kırılma olmaz. O halde kırılmanın türünü tek donatılı olan birinci model belirleyecektir. Bu nedenle, A_{s1} donatısının oranı, tek donatılı kesite ait ρ_b den küçük olmalıdır.

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz

1. Modeldeki A_{s1} donatısının oranı:

$$\frac{A_{s1}}{b_w d} \le \rho_b \longrightarrow \frac{A_s - A_s'}{b_w d} = \frac{A_s}{b_w d} \quad \frac{A_s'}{b_w d} \longrightarrow \rho - \rho' \le \rho_b$$

TS 500:2000, güvenlik ve süneklik nedeniyle, $\rho - \rho'$ ve ρ oranlarını aşağıdaki gibi sınırlamaktadır:

$$\rho - \rho' \le 0.85\,\rho_b$$
$$\rho \le 0.02$$

TS 500:2000, S. 23
Deprem Yönetmeliği-2007, Madde 3.4.2.1

Eksenel denge : $F_c + F'_s - F_s = 0$

Moment taşıma gücü: $M_r = F_c\,(d - k_1 c/2) + F'_s\,(d - d')$

Beton bileşke kuvveti : $F_c = 0.85 f_{cd}\, b_w\, k_1 c$

Basınç donatısı kuvveti : $F'_s = A'_s \sigma'_s$ $\quad (\sigma'_s = E_s \varepsilon'_s \le f_{yd})$

Çekme donatısı kuvveti : $F_s = A_s f_{yd}$

Eksenel denge:

$$0.85 f_{cd} b_w k_1 c + A'_s \sigma'_s - A_s f_{yd} = 0 \qquad (1)$$

Moment taşıma gücü :

$$M_r = 0.85 f_{cd} b_w k_1 c \left(d - \frac{k_1 c}{2}\right) + A'_s \sigma'_s (d - d') \qquad (2)$$

(1) ve (2) bağıntılarında sadece c ve σ'_s bilinmiyor!

Uygunluk koşulu :

$$\frac{\varepsilon'_s}{0.003} = \frac{c - d'}{c} \rightarrow \varepsilon'_s = 0.003\,\frac{c - d'}{c} \qquad (3)$$

Basınç donatısı gerilmesi:

$$\sigma'_s = E_s \varepsilon'_s \le f_{yd} \rightarrow \sigma'_s = E_s\, 0.003\,\frac{c - d'}{c} \le f_{yd} \qquad (4)$$

Çözüm, basınç donatısının akıp akmadığına bağlıdır! Akmışsa $\sigma'_s = f_{yd}$ alınacaktır , akmamışsa $\sigma'_s = E_s \varepsilon_s$ den hesaplanacaktır. Basınç donatısı, en çok zorlanan beton lifine yakın olduğundan, uygulamada genellikle akar. Moment taşıma gücünün hesabı için sağda verilen adımlar izlenir.

Hesap adımları:

1. Kesit denge altı mı? bak; $\rho - \rho' \le 0.85\,\rho_b$ olmalı! ρ nun alt ve üst sınırlarını kontrol et.
2. A'_s basınç donatısının **aktığını** varsay, $\sigma'_s = f_{yd}$ al, (1) de yerine koy c yi hesapla:

$$c = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{0.85 f_{cd} b_w k_1}$$

3. σ'_s değerini hesapla:

$$\sigma'_s = 0.003 E_s \frac{c - d'}{c}$$

a) $\sigma'_s \ge f_{yd}$ ise A'_s basınç donatısı **akmıştır**, yani varsayım ve hesaplanan c **doğrudur**. Bu c ve $\sigma'_s = f_{yd}$ değerini (2) ifadesinde yerine koy M_r yi bul, hesabı bitir.

b) $\sigma'_s < f_{yd}$ ise, basınç donatısı **akmamıştır**, yani varsayım ve hesaplanan *c* doğru **değildir**. (4) ifadesinin (1) de yerine konmasıyla bulunan

$$0.85 f_{cd} b_w k_1 c^2 + (0.003 E_s A'_s - A_s f_{yd}) c - 0.003 E_s A'_s d' = 0$$

bağıntısından *c* nin yeni değerini ve $\sigma'_s = 0.003 E_s \frac{c - d'}{c}$ değerini hesapla, bu *c* ve σ'_s son değerlerini (2) de yerine yaz, M_r yi bul, hesabı bitir.

ÖRNEK: Çift donatılı dikdörtgen kesit

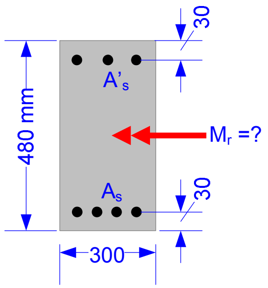
Derste anlatılmayacak

ERSOY/ÖZCEBE, S. 243

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz

VERİLENLER:
İyi denetimli bir şantiyede yapılmış kirişin açıklığına ait kesit boyutları.
Donatı: A_s=1580 mm^2 , A'_s=520 mm^2. Malzeme: C16/20-S 420

İSTENENLER:
Kirişin taşıma gücü ne kadardır?



ÇÖZÜM:

C16/20-S 420 malzemesi için:

γ_{mc}=1.5, γ_{ms}=1.15

f_{ck}=16 N/mm^2, f_{ctk}=1.4 N/mm^2 , f_{yk}=420 N/mm^2

k_1=0.85, E_s=2·10^5 N/mm^2

f_{cd}=16/1.5=10.67 N/mm^2, f_{ctd}=1.4/1.5=0.93 N/mm^2

f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm^2

1. Donatı oranı kontrolü:

A_s=1580 mm^2, ρ =1580/(300·450)=0.0117

A'_s=520 mm^2, ρ' =520/(300·450)=0.0039

ρ_b =0.0131 (tablo Ek3)

0.0117-0.0039= 0.0078 <0.85·0.0131=0.0111 ✓(kiriş denge altıdır).

ρ = 0.0117<0.02 ✓ (max kontrolü)

ρ =0.0117>0.8· 0.93/365.22=0.0020 ✓(min kontrolü)

2. A'_s basınç donatısı **akmış** varsayalım: σ'_s =f_{yd}= 365.22 N/mm^2

c=(1580-520)365.22/(0.85·10.67·300·0.85)= 167.4 mm

$$c=\frac{(A_s-A'_s)f_{yd}}{0.85\,f_{cd}\,b_w\,k_1}$$

$$\sigma'_s=0.003\cdot 2\cdot 10^5\,\frac{167.4-30}{167.4}=492.47\text{N/mm}^2>f_{yd}=365.22\text{ N/mm}^2$$

$$\sigma'_s=0.003\,E_s\,\frac{c-d'}{c}$$

3. σ'_s>f_{yd} , yani A'_s donatısı **akmıştır.** Varsayım, dolayısıyla hesaplanan c **doğrudur**:

$$M_r=0.85\cdot 10.67\cdot 300\cdot 0.85\cdot 167.4(450\cdot 0.85\cdot 167.4/2)+520\cdot 365.22(450\cdot 30)$$

$$M_r=226437665\text{ Nmm}\approx 226.4\text{ kNm}$$

$$M_r=0.85f_{cd}b_wk_1c(d-\frac{k_1c}{2})+A'_s\sigma'_s(d-d')$$

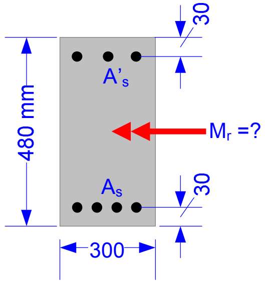
ÖRNEK: Çift donatılı dikdörtgen kesit

Derste anlatılmayacak ERSOY/ÖZCEBE, S. 244

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz

VERİLENLER:

İyi denetimli bir şantiyede yapılmış kirişin açıklığına ait kesit boyutları. Donatı: A_s=1580 mm^2 , A'_s=1200 mm^2. Malzeme: C16/20-S 420



İSTENENLER:

Kirişin taşıma gücü ne kadardır?

ÇÖZÜM:

C16/20-S 420 malzemesi için

γ_{mc}=1.5, γ_{ms}=1.15

f_{ck}=16 N/mm^2, f_{ctk}=1.4 N/mm^2 , f_{yk}=420 N/mm^2

k_1=0.85, E_s=2 · 10^5 N/mm^2

f_{cd}=16/1.5=10.67 N/mm^2, f_{ctd}=1.4/1.5=0.93 N/mm^2

f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm^2

1. **Donatı oranı kontrolü:**

   A_s=1580 mm^2, ρ =1580/(300·450)=0.0117

   A'_s=1200 mm^2, ρ' =1200/(300·450)=0.0089

   ρ_b =0.0131 (tablo Ek3)

   0.0117-0.0089= 0.0028 <0.85·0.0131=0.0111 ✓(kiriş denge altıdır).

   ρ = 0.0117<0.02 ✓ (max kontrolü)

   ρ =0.0117>0.8· 0.93/365.22=0.0020 ✓(min kontrolü)

2. A'_s basınç donatısı **akmış** varsayalım: σ'_s =f_{yd}=365.22 N/mm^2

   c=(1580-1200)365.22/(0.85·10.67·300·0.85)=60 mm

   $$c = \frac{(A_s - A'_s)f_{yd}}{0.85 f_{cd} b_w k_1}$$

3. σ'_s=0.003•2•10^5 $\frac{60-30}{60}$ =300 N/mm^2<f_{yd}=365.22 N/mm^2

   $$\sigma'_s = 0.003 E_s \frac{c - d'}{c}$$

   σ'_s <f_{yd}, yani A'_s donatısı **akmamıştır**. Varsayım, dolayısıyla hesaplanan c doğru **değildir!**

   0.85·10.67·300·0.85 c^2+(0.003·2·10^5·1200-1580·365.22) c-0.003·2·10^5·1200·30=0

   $$0.85 f_{cd} b_w k_1 c^2 + (0.003 E_s A'_s - A_s f_{yd})c - 0.003 E_s A'_s d' = 0$$

   2313 c^2+142952 c-21600000=0

   c^2+62 c-9339=0→ c= 70 mm

   $$\sigma'_s = 0.003 \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{70-30}{70} = 342.86\ \text{N/mm}^2 < f_{yd} = 365.22\ \text{N/mm}^2$$

   $$\sigma'_s = 0.003 E_s \frac{c - d'}{c}$$

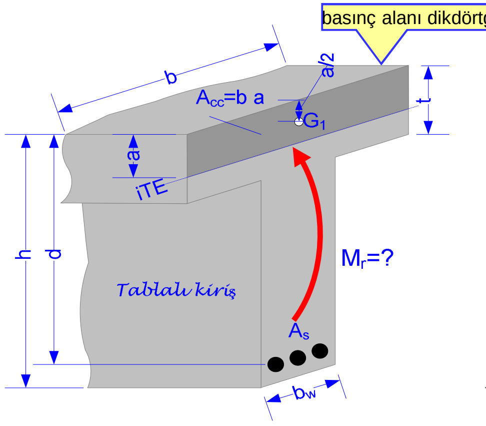
   $$M_r = 0.85 \cdot 10.67 \cdot 300 \cdot 0.85 \cdot 70(450 - 0.85 \cdot 70/2) + 1200 \cdot 342.86(450 - 30)$$

   $$M_r = 240835954\ \text{Nmm} \approx 240.8\ \text{kNm}$$

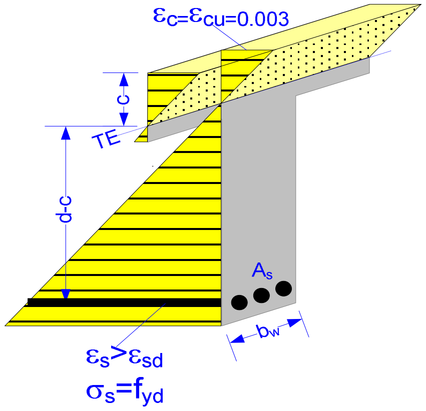
   $$M_r = 0.85 f_{cd} b_w k_1 c\left(d - \frac{k_1 c}{2}\right) + A'_s \sigma'_s (d - d')$$

Tablalı kesitin taşıma gücü

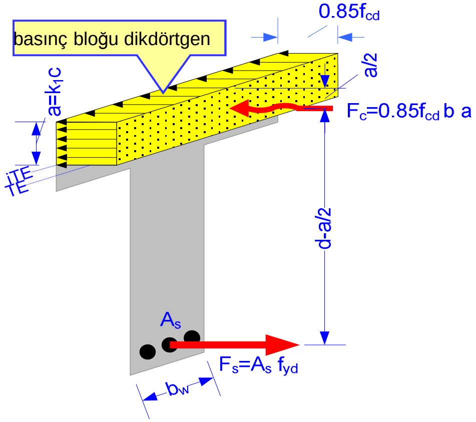
Tablalı kesitlerde, eşdeğer dikdörtgen basınç bloğunun tabla içinde kalması veya tabla altına sarkmasına bağlı olarak, iki farklı durum vardır. Basınç bloğu derinliği $a \le t$ durumunda basınç bloğu tabla içindedir ve A_{cc} basınç alanı dikdörtgen şeklindedir. $a>t$ durumunda basınç bloğu tabla altına sarkmaktadır ve A_{cc} basınç alanı T şeklinde olur. Bu iki farklı durum aşağıda gösterilmiştir.


basınç alanı dikdörtgen
b
a/2
t
Acc=b a
G1
a
iTE
h
d
Mr=?
Tablalı kiriş
As
bw

Tek donatılı tablalı kesit

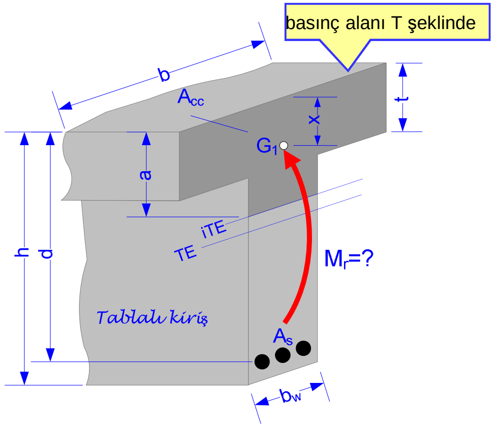

εc=εcu=0.003
c
TE
d-c
As
bw
εs>εsd
σs=fyd

Şekil değiştirme

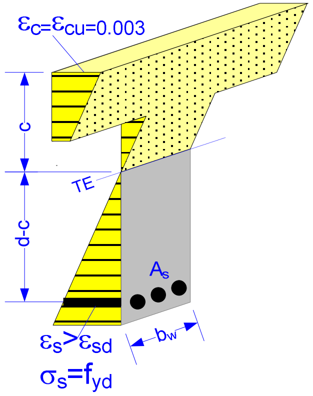

basınç bloğu dikdörtgen
0.85fcd
a/2
a=k1c
Fc=0.85fcd b a
iTE
TE
d-a/2
As
Fs=As fyd
bw

Kuvvetler

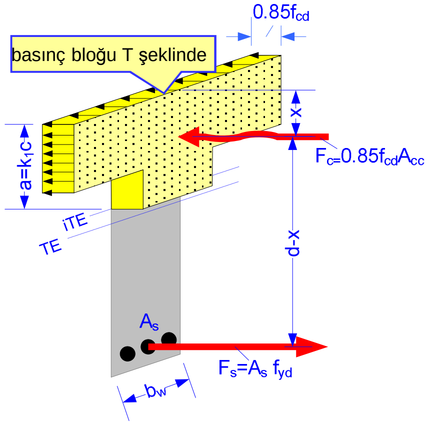
$a \le t$ durumu (basınç alanı ve basınç bloğu dikdörtgen)


basınç alanı T şeklinde
b
Acc
t
x
G1
a
iTE
TE
h
d
Mr=?
Tablalı kiriş
As
bw

Tek donatılı tablalı kesit


εc=εcu=0.003
c
TE
d-c
As
bw
εs>εsd
σs=fyd

Şekil değiştirme


0.85fcd
basınç bloğu T şeklinde
x
a=k1c
Fc=0.85fcdAcc
iTE
TE
d-x
As
Fs=As fyd
bw

Kuvvetler

$a > t$ durumu (basınç alanı ve basınç bloğu T şeklinde)

Basınç bloğu derinliği a nın irdelenmesi:

Basınç bloğu tabla içinde midir? Yoksa tablanın altına sarkıyor mu? Aşağıdaki gibi belirlenebilir. Eksenel denge nedeniyle $F_c=F_s$ olmak zorundadır. Basınç alanını dikdörtgen varsayarak:

$0.85 f_{cd}\, a\, b = A_s f_{yd} \rightarrow a = A_s f_{yd} / (0.85 f_{cd}\; b)$

$a \leq t$ ise basınç alanı tabla içinde kalmaktadır. Basınç alanı ve basınç bloğu dikdörtgendir.

$a > t$ ise basınç alanı tabla altına sarkmaktadır. Basınç alanı ve basınç bloğu T şeklindedir.

Tablalı kesitlerde donatı oranı ve dengeli donatı oranı:

Tablalı kesitlerde donatı oranı dikdörtgen kesitlerdeki gibidir. Dengeli donatı oranı ise farklıdır.

Donatı oranı: $\rho = \dfrac{A_s}{b_w d}$

Dengeli donatı oranı: $\rho_b = \dfrac{0.85 f_{cd}}{f_{yd}}\left[k_1 \dfrac{0.003}{0.003+\varepsilon_{sd}} + \left(\dfrac{b}{b_w} - 1\right)\dfrac{t}{d}\right]$

ρ_b bağıntısı için bakınız :
ERSOY/ÖZCEBE, S. 251-253

ile hesaplanır, burada $\varepsilon_{sd} = f_{yd}/E_s$ dir.

Normal yapıların birdöküm kirişlerinde b tabla genişliği büyük, $b>b_w$ dir. Tablalı kesitin ρ_b değeri dikdörtgen kesitin tablo EK3 de verilen ρ_b değerinden daha büyüktür. Basınç gerilmeleri büyük bir alana yayılır. Bu nedenle denge altı koşulu $\rho-\rho' \leq 0.85\rho_b$ genelde kendiliğinden sağlanır, kontrole gerek yoktur.

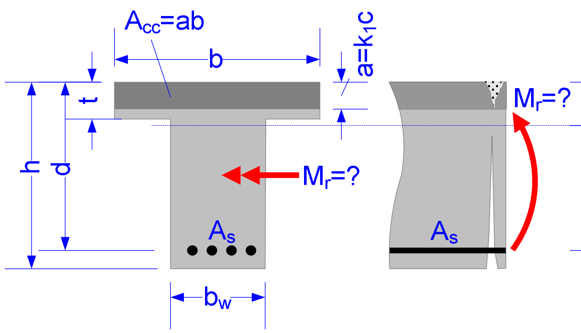
Öndöküm (prefabrik) kirişlerde b/b_w oranı 1 e yakın olduğu için aynı şeyi söylemek mümkün değildir. Dikdörtgen kesitlerde $b/b_w=1$ dir. Bundan hareketle, genelleme yapılırsa, b/b_w oranı 2 den küçük olan tablalı kirişlerde $\rho-\rho' \leq 0.85\rho_b$ denge altı koşulunun kontrol edilmesi gerekir.

Tablalı kesitin taşıma gücü-Basınç alanının dikdörtgen olması durumu

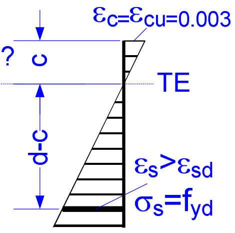
ERSOY/ÖZCEBE, S. 247-253

$a \leq t$ durumu (A_{cc} basınç alanı ve basınç bloğu dikdörtgen):

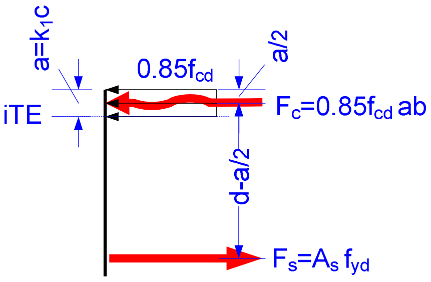
Basınç alanı dikdörtgen olduğundan, tablalı kesitin moment taşıma gücü tek donatılı dikdörtgen kesitin taşıma gücü gibi hesaplanır. Hesapta izlenecek yol aşağıda özetlenmiştir.


A_{cc}=ab
b
a=k_1c
t
h
d
M_r=?
A_s
M_r=?
A_s
b_w

Tek donatılı tablalı kesit


c
$\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}$=0.003
TE
d-c
$\varepsilon_s>\varepsilon_{sd}$
$\sigma_s=f_{yd}$

Şekil değiştirme


a=k_1c
iTE
0.85f_{cd}
a/2
F_c=0.85f_{cd} ab
d-a/2
F_s=A_s f_{yd}

Kuvvetler

Basınç alanı: $A_{cc} = ab$

Yatay denge: $0.85 f_{cd} ab - A_s f_{yd} = 0$

Gerilme bloğu derinliği: $a = \dfrac{A_s f_{yd}}{0.85 f_{cd} b}$

Tarafsız eksenin derinliği: $c = a/k_1$

Moment taşıma gücü: $M_r = A_s f_{yd}(d - \dfrac{a}{2})$

Basınç alanı dikdörtgen olan tablalı kesitlerde:

Basınç alanı dikdörtgen olduğundan Dikdörtgen kesitler için tablo Ek3 de verilen ρ_b değeri geçerlidir

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d}$$

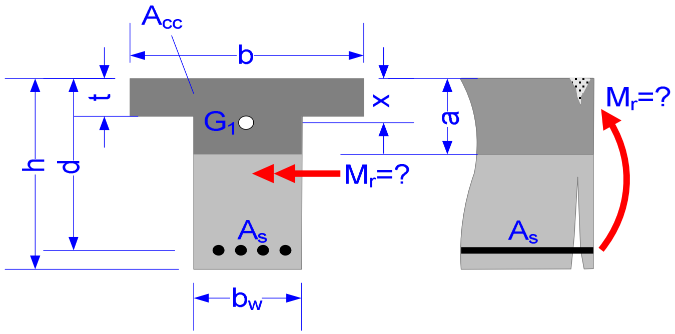
$$\rho_b = \frac{0.85 f_{cd}}{f_{yd}}[k_1 \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_{sd}}]$$

$$\varepsilon_{sd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

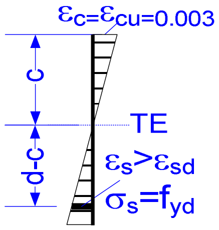
Tablalı kesitin taşıma gücün - Basınç alanının T şeklinde olması durumu

a>t durumu (A_{cc} basınç alanı ve basınç bloğu T şeklinde) :

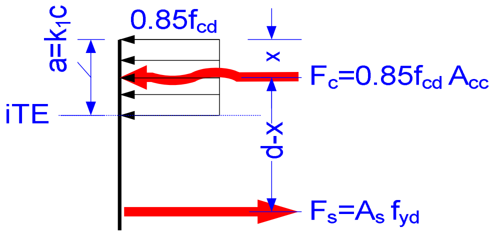
Bu durumdaki tek zorluk T şeklindeki basınç alanının ve bu alanın ağırlık merkezinin (F_c kuvvetinin etkime noktasının) hesaplanmasıdır. Bu bağıntılar aşağıda özetlenmiştir.


A_{cc}
b
t
x
a
G_1
h
d
M_r=?
A_s
A_s
M_r=?
b_w

Tek donatılı tablalı kesit


$\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}=0.003$
c
TE
d-c
$\varepsilon_s>\varepsilon_{sd}$
$\sigma_s=f_{yd}$

Şekil değiştirme


$a=k_1c$
$0.85f_{cd}$
x
$F_c=0.85f_{cd}\,A_{cc}$
iTE
d-x
$F_s=A_s\,f_{yd}$

Kuvvetler

Basınç alanı: $A_{cc}=ab_w+2t\dfrac{b-b_w}{2}$

Yatay denge: $0.85f_{cd}\left(ab_w+2t\dfrac{b-b_w}{2}\right)-A_sf_{yd}=0$

Basınç bloğu derinliği: $a=\dfrac{A_sf_{yd}-0.85f_{cd}t(b-b_w)}{0.85f_{cd}b_w}$

Tarafsız eksenin derinliği: $c=a/k_1$

Basınç alanının ağırlık merkezi: $x=\dfrac{1}{2}\,\dfrac{(b-b_w)t^2+b_wa^2}{(b-b_w)t+b_wa}$

Moment taşıma gücü: $M_r=A_sf_{yd}(d-x)$

Basınç bölgesi tabla altına sarkan tablalı kesitlerde :

$$\rho=\frac{A_s}{b_wd}$$

$$\rho_b=\frac{0.85\,f_{cd}}{f_{yd}}\left[k_1\frac{0.003}{0.003+\varepsilon_{sd}}+\left(\frac{b}{b_w}-1\right)\frac{t}{d}\right]$$

$$\varepsilon_{sd}=\frac{f_{yd}}{E_s}$$

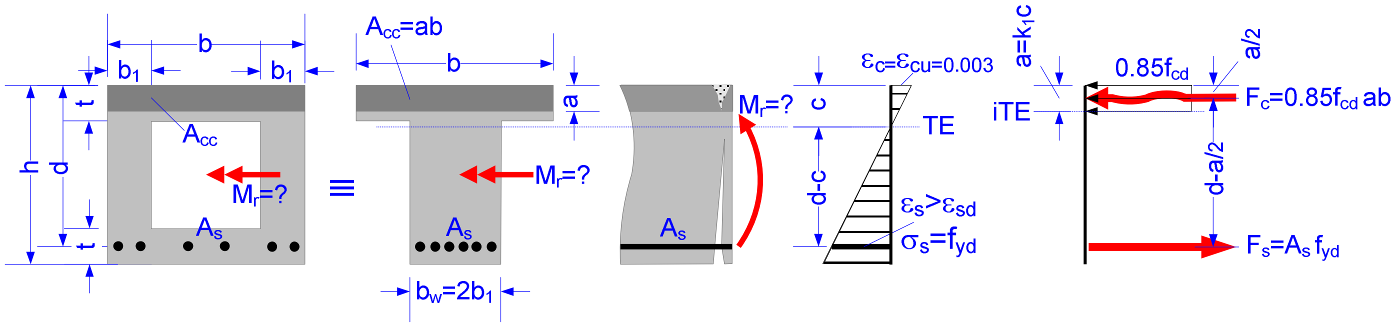
ρ_b bilgi olarak verilmiştir. Denge altı kontrolüne gerek yoktur.

ρ_b bağıntısı için bakınız ERSOY/ÖZCEBE, S. 251

Kutu kesitin taşıma gücü

Kutu kesitler gövde genişliği kutu kesitin düşey kollarının toplamı olan eşdeğer tablalı kesit olarak çözülebilir, b_w=2b_1. Alttaki tabla çekme bölgesinde kalacağından dikkate alınması gerekmez. Bu nedenle, basınç bloğu derinliğinin üst başlığın içinde kalması ve altına sarkması olmak üzere iki farklı durum vardır.

$a \leq t$ durumu (A_{cc} basınç alanı dikdörtgen):



b
b_1
b_1
t
h
d
t
A_{cc}
M_r=?
A_s
≡
A_{cc}=ab
b
a
M_r=?
A_s
b_w=2b_1
M_r=?
A_s
c
ε_c=ε_{cu}=0.003
TE
d-c
ε_s>ε_{sd}
σ_s=f_{yd}
a=k_1c
iTE
0.85f_{cd}
a/2
F_c=0.85f_{cd} ab
d-a/2
F_s=A_s f_{yd}

Tek donatılı kutu kesit

Eşdeğer tablalı kesit

Şekil değiştirme

Kuvvetler

Basınç alan: $A_{cc} = ab$

Yatay denge: $0.85 f_{cd} ab - A_s f_{yd} = 0$

Basınç bloğu derinliğ: $a = \dfrac{A_s f_{yd}}{0.85 f_{cd} b}$

Tarafsız eksenin derinliği: $c = a / k_1$

Moment taşıma gücü: $M_r = A_s f_{yd} (d - \dfrac{a}{2})$

Basınç alanı dikdörtgen olan tablalı kesitlerde:

Basınç alanı dikdörtgen olduğundan Dikdörtgen kesitler için tablo Ek3 de verilen ρ_b değeri geçerlidir

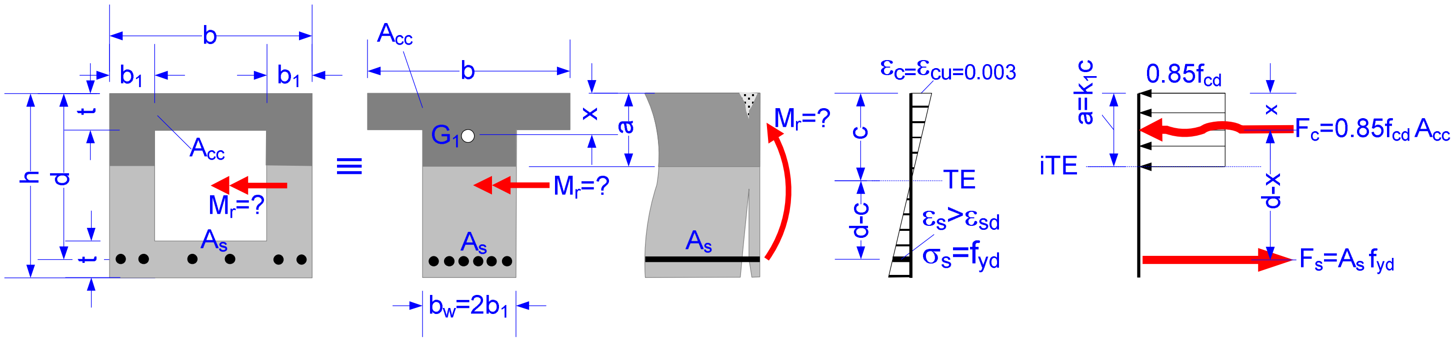
$$\rho = \frac{A_s}{b_w d}$$

$$\rho_b = \frac{0.85 f_{cd}}{f_{yd}} [k_1 \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_{sd}}]$$

$$\varepsilon_{sd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Kutu kesitin taşıma gücü

a>t durumu (A_{cc} basınç alanı T şeklinde):


b
b1
b1
t
h
d
t
Acc
Mr=?
As
≡
Acc
b
G1
x
a
Mr=?
As
bw=2b1
Mr=?
As
εc=εcu=0.003
c
d-c
TE
εs>εsd
σs=fyd
a=k1c
iTE
0.85fcd
x
Fc=0.85fcd Acc
d-x
Fs=As fyd

Tek donatılı kutu kesit

Eşdeğer tablalı kesit

Şekil değiştirme

Kuvvetler

Basınç alan: $A_{cc} = 2ab_1 + (b - 2b_1)t$

Eksenel denge: $0.85f_{cd}[2ab_1 + (b - 2b_1)t] - A_s f_{yd} = 0$

Basınç bloğu derinliği:

$$a = \frac{A_s f_{yd} - 0.85f_{cd}(b - 2b_1)t}{1.7f_{cd}b_1}$$

Tarafsız eksenin derinliğ: $c = a/k_1$

Basınç alanının ağırlık merkezi:

$$x = \frac{1}{2}\frac{(b - 2b_1)t^2 + 2b_1a^2}{(b - 2b_1)t + 2b_1a}$$

Moment taşıma gücü: $M_r = A_s f_{yd}(d - x)$

Kutu kesitlerde :

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d}$$

$$\rho_b = \frac{0.85 f_{cd}}{f_{yd}}[k_1 \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_{sd}} + (\frac{b}{b_w} - 1)\frac{t}{d}]$$

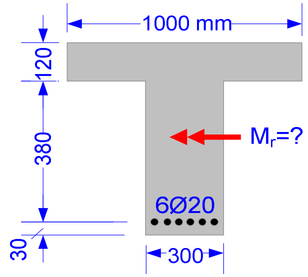
$$\varepsilon_{sd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

ρ_b bilgi olarak verilmiştir. Denge altı kontrolüne gerek yoktur.

ρ_b bağıntısı için bakınız ERSOY/ÖZCEBE, S. 251

ÖRNEK: Tablalı kesit

ERSOY/ÖZCEBE, S. 249



1000 mm
120
380
30
M_r=?
6Ø20
300

VERİLENLER:
İyi denetimli bir şantiyede yapılmış kirişin açıklığına ait kesit boyutları, donatısı. Malzeme: C20/25- B 420C.

İSTENENLER:
Kirişin moment taşıma gücü ne kadardır?
Montaj ve sargı donatısı verilmediğinden hesaplarda dikkate alınmayacaktır.

ÇÖZÜM

C20/25-B 420C malzemesi için:

$\gamma_{mc}=1.5$, $\gamma_{ms}=1.15$

$f_{cd}=20/1.5=13.33$ N/mm^2

$f_{ctd}=1.6/1.5=1.07$ N/mm^2

$k_1=0.85$

$f_{yd}=420/1.15=365.22$ N/mm^2

$\varepsilon_{sd}=0.001826$

Basınç alanı tabla içinde mi? İrdeleyelim:

$A_s=1885$ mm^2 (6ϕ20 nin alanı)

$$a=\frac{A_s f_{yd}}{0.85 f_{cd} b}$$

a=1885.365.22 /(0.85.13.33.1000)=60.8 mm.
a < t=120 mm olduğundan basınç bloğu tabla içindedir. Basınç alanı dikdörtgendir. Bu nedenle hesabın devamı **a≤t durumu** için yapılmalıdır, dikdörtgen basınç alanı varsayımı ve a=60.8 mm değeri doğrudur.

Donatı oranı kontrolü:

ρ= 1885/(300·500) = 0.0126,

ρ_b=0.0164 (basınç alanı dikdörtgen olduğundan tablo EK3 den alındı),

ρ = 0.0126<0.85·0.0164=0.0139 ✓ (denge altı kontrolü)

Bu kontrol yapılmayabilir

<0.02 ✓ (max kontrolü)

>0.8·1.07/365.22 = 0.0023 ✓ (min kontrolü)

Tarafsız eksenin derinliği:

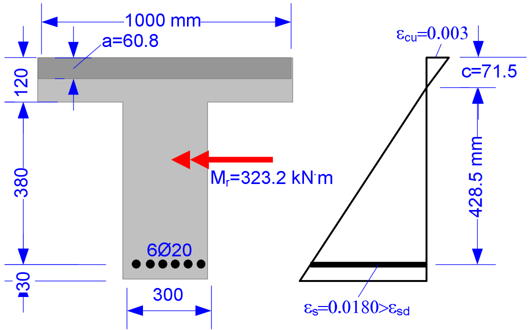
c = 60.8/0.85 = 71.5 mm

$c = a/k_1$

Moment taşıma gücü:

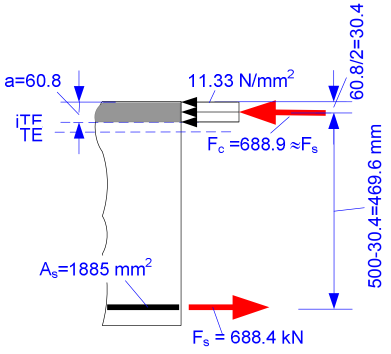
M_r=1885·365.22(500-60.8/2)=323.3 kN·m

$$M_r = A_s f_{yd}\left(d-\frac{a}{2}\right)$$



1000 mm
a=60.8
120
380
30
300
M_r=323.2 kN·m
6Ø20
ε_{cu}=0.003
c=71.5
428.5 mm
ε_s=0.0180>ε_{sd}

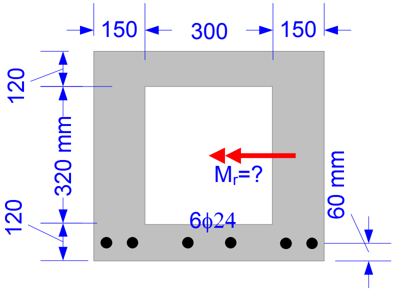
Şekil değiştirme durumu



a=60.8
11.33 N/mm^2
İTE
TE
F_c =688.9 ≈F_s
60.8/2=30.4
500-30.4=469.6 mm
A_s=1885 mm^2
F_s = 688.4 kN

İç kuvvet durumu

ÖRNEK: Kutu kesit



VERİLENLER:
İyi denetimli bir şantiyede yapılmış kirişin açıklığına ait kesit boyutları, donatısı.
Malzeme: C20//25-B 420C.

İSTENENLER:
Kirişin moment taşıma gücü ne kadardır?
Montaj ve sargı donatısı verilmediğinden hesaplarda dikkate alınmayacaktır.

ÇÖZÜM:

C20/25-B 420C malzemesi için:

γ_{mc}=1.5, γ_{ms}=1.15

f_{cd}=20/1.5=13.33 N/mm^2 , f_{ctd}=1.6/1.5=1.07 N/mm^2

k_1=0.85

f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm^2, ε_{sd}=0.001826

Basınç alanı tabla içinde mi? İrdeleyelim:

A_s=2714 mm^2.

$$a = \frac{A_s f_{yd}}{0.85\, f_{cd}\, b}$$

a=2714·365.22 /(0.85·13.33·600)=145.8 mm.
a > t=120 mm olduğundan basınç bloğu tabla altına sarkmaktadır. Basınç alanı ve bloğu T şeklindedir. Bu nedenle hesabın devamı **a>t durumu** için yapılmalıdır, dikdörtgen basınç alanı varsayımı ve a=145.8 mm değeri geçersizdir. a değeri yeniden hesaplanmalıdır.

Donatı oranı kontrolü:

$$\rho_b = \frac{0.85 f_{cd}}{f_{yd}}\left[k_1 \frac{0.003}{0.003+\varepsilon_{sd}} + \left(\frac{b}{b_w}-1\right)\frac{t}{d}\right]$$

ρ =2714/(2·150·500)= 0.0181

ρ $_b$=0.85·13.33/365.22[0.85·0.003/(0.003+0.001826)+(600/(2·150)-1)120/500)]

ρ $_b$ =0.0238

ρ =0.0181<0.85·0.0238=0.029 ✓ (denge altı kontrolü)

Bu kontrol yapılmayabilir

<0.02 ✓ (max kontrolü)

>0.8 · 1.07/365.22= 0.0023 ✓ (min kontrolü)

Basınç bloğu derinliği:

$$a = \frac{2714\cdot 365.22 - 0.85\cdot 13.33(600-2\cdot 150)120}{1.7\cdot 13.33\cdot 150} = 171.6\text{mm}$$

$$a = \frac{A_s f_{yd} - 0.85 f_{cd}(b-2b_1)t}{1.7 f_{cd} b_1}$$

Tarafsız eksenin derinliği: c=171.6 / 0.85=201.9 mm

$$c = a/k_1$$

Basınç alanının ağırlık merkezi:

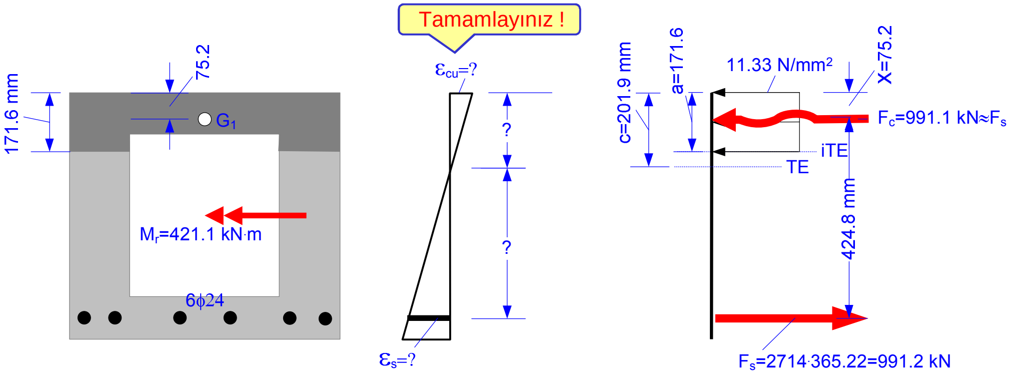
$$x = 0.5\frac{(600-2\cdot 150)120^2 + 2\cdot 150\cdot 171.6^2}{(600-2\cdot 150)120 + 2\cdot 150\cdot 171.6} = 75.2\text{ mm}$$

$$x = \frac{1}{2}\frac{(b-2b_1)t^2 + 2b_1a^2}{(b-2b_1)t + 2b_1a}$$

Moment taşıma gücü:

$$M_r = A_s f_{yd}(d-x)$$

$$M_r = 2714\cdot 365.22(500-75.2) = 421.1\,\text{kNm}$$



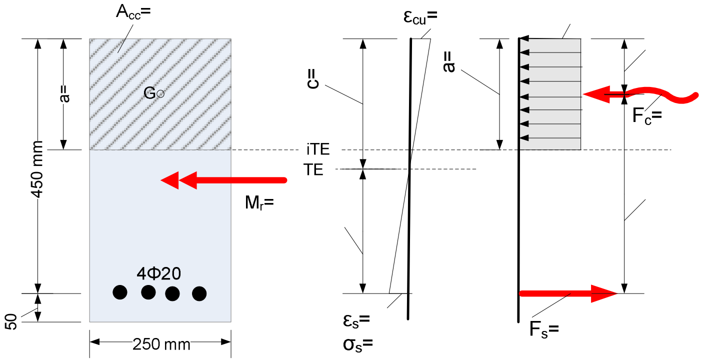
Şekil değiştirme

İç kuvvetler

taslak

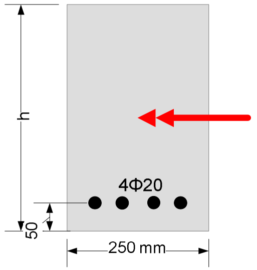
Sorular

İyi denetimli bir şantiyede C20/25-B 420C malzemesi ile üretilen bir kirişin kesiti verilmiştir. Şekil değiştirme ve iç kuvvet diyagramlarında bilinmeyen büyüklükleri belirleyerek şekil üzerine yazınız.

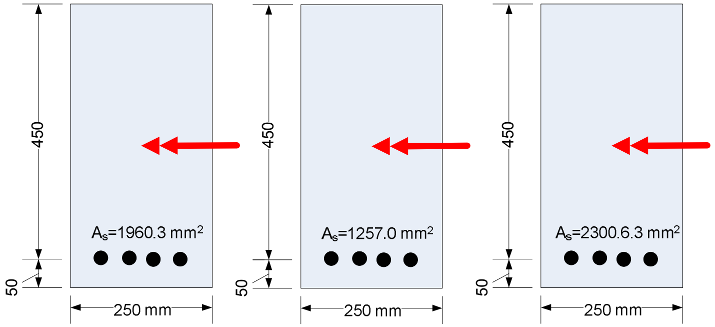

A_{cc}=
G
a=
450 mm
50
250 mm
4Φ20
M_r=
ε_{cu}=
c=
a=
iTE
TE
ε_s=
σ_s=
F_c=
F_s=

Kesit Şekil değiştirme İç kuvvetler

İyi denetimli bir şantiyede C30/37-B 420C malzemesi ile üretilmek istenen bir kirişin kesiti verilmiştir. Kırılmanın sünek olması için h yüksekliği en az ne kadar olmalıdır?


h
4Φ20
50
250 mm

İyi denetimli bir şantiyede C25/30-B 420C malzemesi ile üretilmek istenen kirişlerin kesitleri sağda verilmiştir. Kırılma türünü (çekme-sünek, basınç-gevrek, … gibi) belirleyerek kesitlerin altına yazınız.

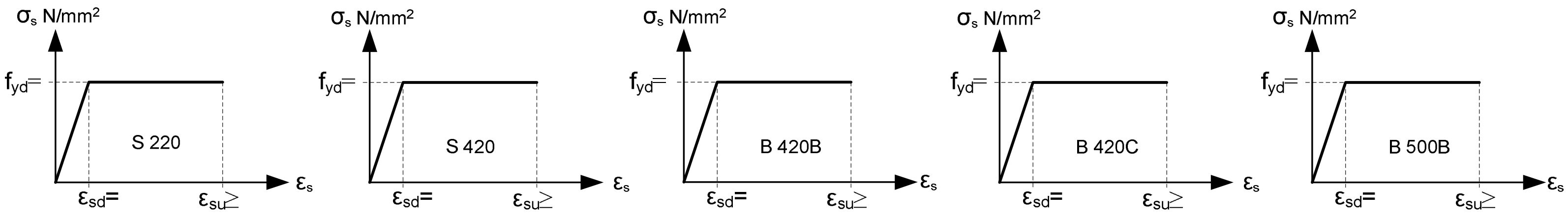

450
50
A_s=1960.3 mm²
250 mm
450
50
A_s=1257.0 mm²
250 mm
450
50
A_s=2300.6.3 mm²
250 mm

Standart bir silindir beton numunesi 10 N/mm^2 yanal basınç altında basınç deneyine tabi tutulmuştur. Betonun dayanımı 70 N/mm^2 ve ezilme anındaki boyu 291.6 mm olarak ölçülmüştür. Bu betonun yanal gerilmesiz dayanımı ne kadardır? Gerilme-birim kısalma eksenlerinde tahmini grafiğini çiziniz.

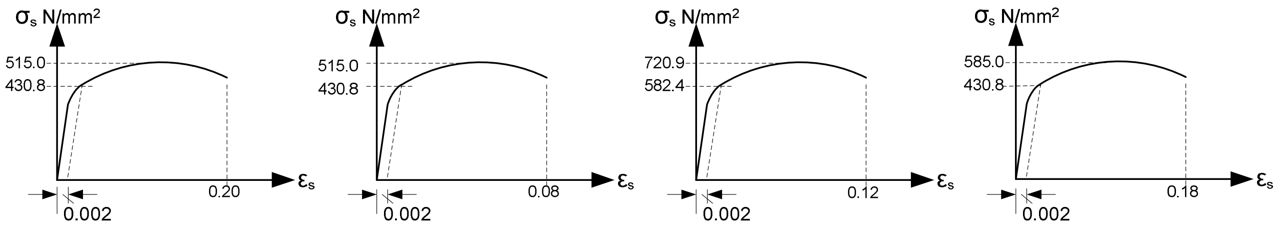
taslak

Sorular

TS 708:2010 da tanımlı bazı çeliklerin gerilme-şekil değiştirme modelleri aşağıda verilmiştir. f_{yd}, ε_{sd}, ε_{su} değerlerini şekil üzerine yazınız. Kiriş, kolon ve perdelerin uçlarında boyuna donatı olarak hangileri kullanılamaz?

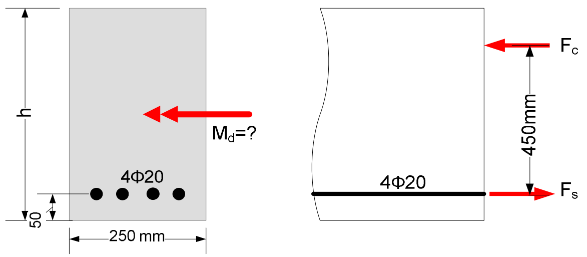


Farklı çelik üreticilerinden şantiyeye gelen nervürlü çeliklerin laboratuvar çekme deneyi sonucunda çizilen gerilme-birim uzama eğrileri aşağıda verilmiştir. Çeliklerin deprem yönetmeliği koşullarını sağlayıp-sağlamadığını şekillerin altına yazınız. Şantiye sorumlusu siz olduğunuzu varsayın. Sağlamıyorsa ne yaparsınız?

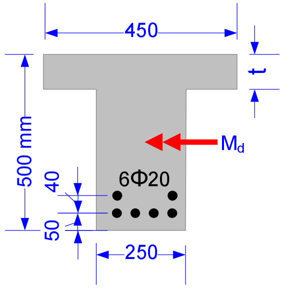


Bir kirişin boyuna kesiti aşağıdaki şekilde verilmiştir. F_s ve F_c kirişin kırıldığı andaki iç kuvvetlerdir. Malzeme C30/37-B 420C , denetim iyidir.

a)Kirişi kıran moment ne kadardır? b) h ne kadardır? c) çelikteki birim uzama ne kadardır?



Prefabrik olarak üretilecek sağdaki kirişte basınç bloğunun tabla içinde kalması için t en az ne kadar olmalıdır? Malzeme C30/37-B 420C , denetim iyidir.



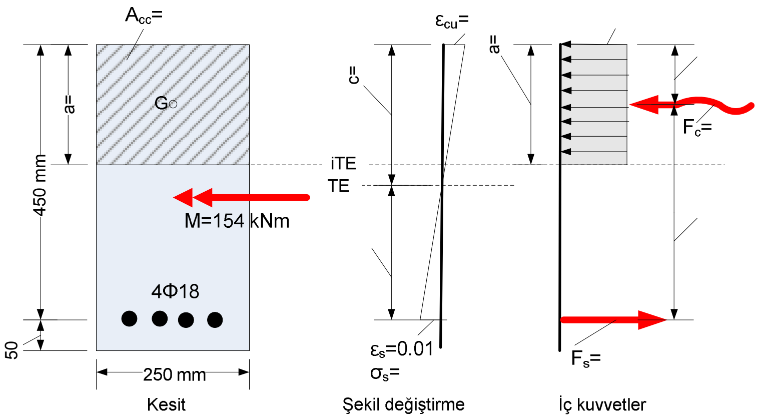
taslak

Sorular

İyi denetimli bir şantiyede C30/37-B 420C malzemesi ile üretilmiştir. Yapılan deneyde kiriş yavaş yavaş yüklenmiş, moment M=154 kNm olunca çelik birim uzaması ε_s=0.01 olarak ölçülmüştür.

a) Şekil değiştirme ve iç kuvvet diyagramlarında bilinmeyen büyüklükleri belirleyerek şekil üzerine yazınız.

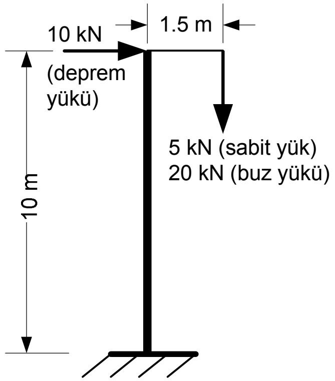
b) Kiriş kırılmış mıdır? Neden?


A_{cc}=
a=
G
450 mm
50
M=154 kNm
4Φ18
250 mm
Kesit
ε_{cu}=
c=
iTE
TE
ε_s=0.01
σ_s=
Şekil değiştirme
a=
F_c=
F_s=
İç kuvvetler

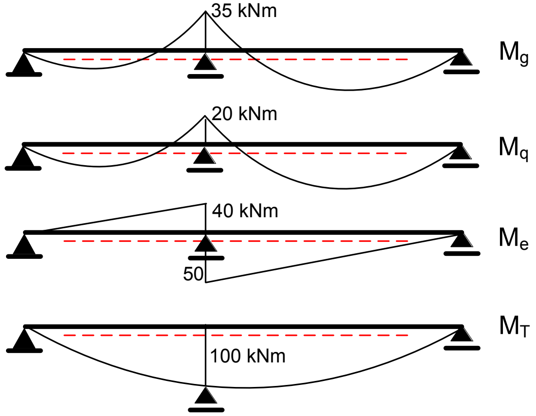
Sağdaki betonarme elektrik direğinin kesiti 300 mm çaplı dairedir. Direk deprem, sabit ve buz yükleri etkisindedir. Hareketli yük yoktur. Direğin kendi yükünü de dikkate alarak, direğin alt ucundaki:

a) Tasarım eksenel kuvvetlerini b) Tasarım momentlerini c) Tasarım kesme kuvvetlerini hesaplayınız.

(Not: direğin alt ucundaki kendi yükünü=direğin hacmi(m^3)x25 kN alınız).


10 kN
(deprem
yükü)
1.5 m
5 kN (sabit yük)
20 kN (buz yükü)
10 m

Sağdaki kirişin mesnet çökmesi ve sabit, hareketli ve deprem yüklerinden orta mesnedinde oluşan momentleri verilmiştir. Mesnetteki tasarım momentlerini hesaplayınız. Hangi moment için kirişin neresine donatı konulmalıdır.

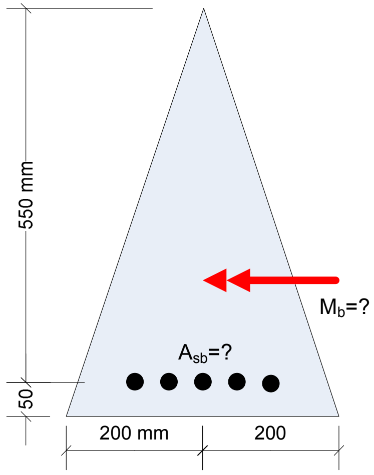

35 kNm
M_g
20 kNm
M_q
40 kNm
50
M_e
M_T
100 kNm

taslak

ÖRNEK: △ kesit

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz


550 mm
50
200 mm
200
M_b=?
A_{sb}=?

Prefabrik olarak üretilecek bir kirişin kesiti solda verilmiştir. Malzeme C35/40-B 420C dir. Dengeli donatı oranını ve dengeli kırılmaya neden olan momenti bulunuz. Montaj donatısı verilmemiştir, hesaplarda dikkate alınmayacaktır.

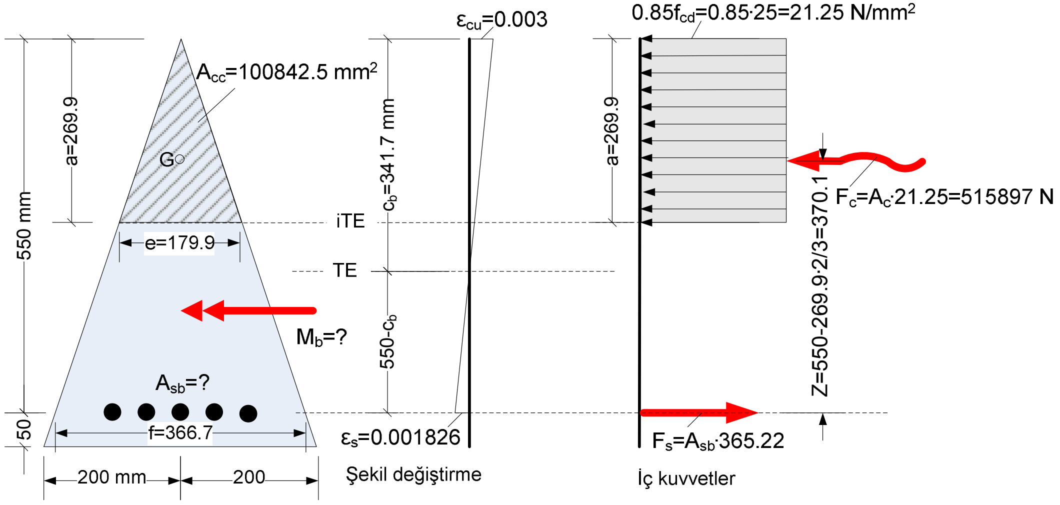
ÇÖZÜM:

γ_{mc}=1.4, γ_{ms}=1.15

f_{cd}=35/1.4=25.0 N/mm^2, f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm^2

ε_{cu}=0.003, $\varepsilon_s=\varepsilon_{sd}$=0.001826 (dengeli kırılma koşulu)

k_1=0.79


A_{cc}=100842.5 mm^2
a=269.9
G
iTE
TE
e=179.9
550 mm
50
M_b=?
A_{sb}=?
f=366.7
200 mm
200
c_b=341.7 mm
550-c_b
ε_{cu}=0.003
ε_s=0.001826
0.85f_{cd}=0.85·25=21.25 N/mm^2
a=269.9
$F_c=A_c$·21.25=515897 N
Z=550-269.9·2/3=370.1
$F_s=A_{sb}$·365.22

Şekil değiştirme

İç kuvvetler

$$\frac{c_b}{550-c_b}=\frac{0.003}{0.001826}\rightarrow c_b=341.7\text{ mm (tarafsız eksenin derinliği)}$$

$$a=k_1c=0.79\cdot 341.7=269.9\text{ mm (basınç bloğu derinliği)}$$

$$\frac{e}{400}=\frac{269.9}{600}\rightarrow e=179.9\text{ mm}$$

$$A_{cc}=179.9\cdot 269.9/2=24277.5\text{ mm}^2\text{(basınç alanı)}$$

$$F_c=A_{cc}\cdot 21.25=24277.5\cdot 21.25=515897\text{ N (basınç kuvveti)}$$

$$F_s=F_c\rightarrow A_{sb}\cdot 365.22=515897\rightarrow A_{sb}=1413\text{ mm}^2\text{ (dengeli donatı alanı)}$$

$$\frac{f}{400}=\frac{550}{600}\rightarrow f=366.7\text{ mm}$$

$$A_c=366.7\cdot 550/2=100842.5\text{ mm}^2\text{ (faydalı kesit alanı)}$$

$$\rho_b=\frac{A_{sb}}{A_c}=\frac{1413}{100842.5}=0.0140\text{ (dengeli donatı oranı)}$$

$$Z=550-269.9\cdot 2/3=370.1\text{mm(moment kolu)}$$

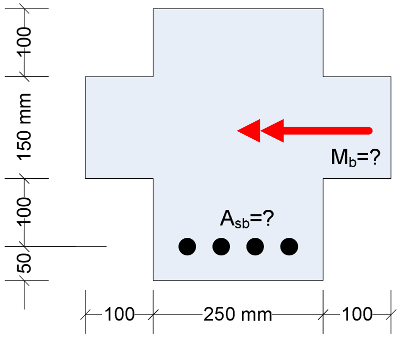
$$M_b=515.9\cdot 0.370=190.9\text{ kNm (dengeli kırılmaya neden olan moment)}$$

taslak

ÖRNEK: ✚ kesit

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz



100
150 mm
100
50
Mb=?
Asb=?
100
250 mm
100

Prefabrik olarak üretilecek bir kirişin kesiti solda verilmiştir. Malzeme C30//37-B 420C dir. Dengeli donatı alanını, oranını ve dengeli kırılmaya neden olan M_b momenti bulunuz. Montaj donatısı verilmemiştir, hesaplarda dikkate alınmayacaktır.

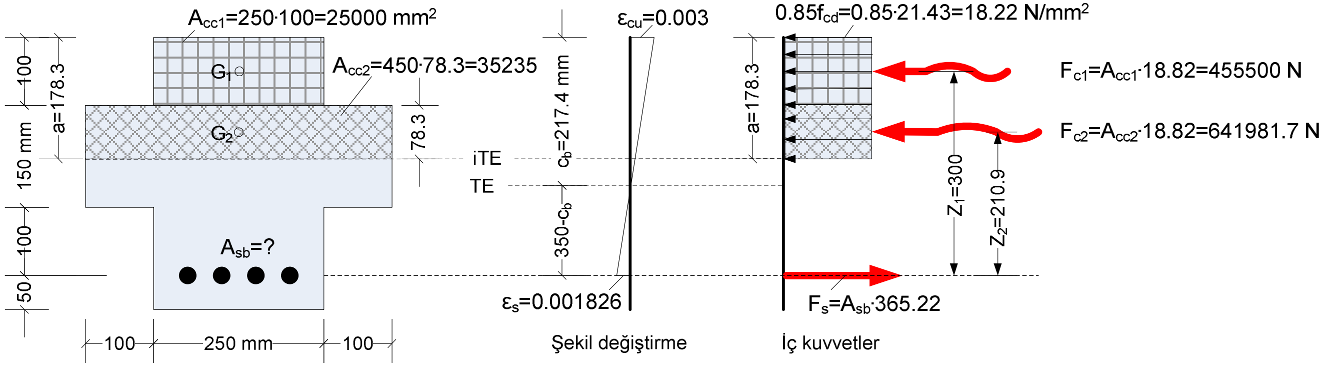
ÇÖZÜM:

$\gamma_{mc}=1.4$, $\gamma_{ms}=1.15$

$f_{cd}=30/1.4=21.43$ N/mm^2, $f_{yd}=420/1.15=365.22$ N/mm^2

$\varepsilon_{cu}=0.003$, $\varepsilon_s=\varepsilon_{sd}=0.001826$ (dengeli kırılma koşulu)

$k_1=0.82$



Acc1=250·100=25000 mm2
Acc2=450·78.3=35235
G1
G2
100
150 mm
100
50
a=178.3
78.3
Asb=?
100
250 mm
100
iTE
TE
εcu=0.003
cb=217.4 mm
350-cb
εs=0.001826
0.85fcd=0.85·21.43=18.22 N/mm2
a=178.3
Fc1=Acc1·18.82=455500 N
Fc2=Acc2·18.82=641981.7 N
Z1=300
Z2=210.9
Fs=Asb·365.22

Şekil değiştirme

İç kuvvetler

$$\frac{c_b}{350-c_b}=\frac{0.003}{0.001826}\rightarrow c_b=217.4\text{ mm (tarafsız eksenin derinliği)}$$

$$a=k_1c=0.82\cdot 217.4=178.3\text{ mm (basınç bloğu derinliği)}$$

Basınç bloğu derinliği orta tablaya sarkmaktadır. Hesabı basitleştirmek için, basınç alanını ağırlık merkezini bildiğimiz A_{cc1} ve A_{cc2} dikdörtgen alana böldük. Bu alanların G_1 ve G_2 ağırlık merkezlerine etkiyen F_{c1} ve F_{c2} beton basınç kuvvetlerini ve bu kuvvetlerin moment kollarını hesaplamak basitleşmektedir.

$$A_{cc1}=250\cdot 100=25000\text{ mm}^2,\ A_{cc2}=450\cdot 78.3=35235\text{ mm}^2\text{(taralı basınç alanları)}$$

$$F_{c1}=A_{cc1}\cdot 18.22=25000\cdot 18.22=455500\text{ N},\ F_{c2}=A_{cc2}\cdot 18.22=35235\cdot 18.22=641981.7\text{ N}$$

$$F_c=F_{c1}+F_{c2}=455500+641981.7=1097481.7\text{ N (basınç kuvveti)}$$

$$F_s=F_c\rightarrow A_{sb}\cdot 365.22=1097481.7\rightarrow A_{sb}=3005\text{ mm}^2\text{ (dengeli donatı alanı)}$$

$$A_c=250\cdot 350=87500\text{ mm}^2\text{ (faydalı kesit alanı)}$$

$$\rho_b=\frac{A_{sb}}{A_c}=\frac{3005}{87500}=0.0034\text{ (dengeli donatı oranı)}$$

$$Z_1=350-100/2=300\text{ mm(}F_{c1}\text{ in moment kolu)}$$

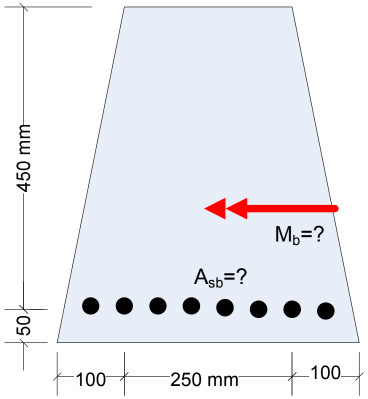
$$Z_1=350-100-78.3/2=210.9\text{ mm(}F_{c2}\text{ nin moment kolu)}$$

$$M_b=455.5\cdot 0.300+642\cdot 0.211=272.1\text{ kNm (dengeli kırılmaya neden olan moment)}$$

taslak

ÖRNEK: kesit

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz


450 mm
50
M_b=?
A_{sb}=?
100
250 mm
100

Ankara'da üretilecek bir kirişin kesiti solda verilmiştir. Malzeme C20/25-B 420C dir. Dengeli donatı oranını ve dengeli kırılmaya neden olan momenti bulunuz. Montaj donatısı verilmemiştir, hesaplarda dikkate alınmayacaktır.

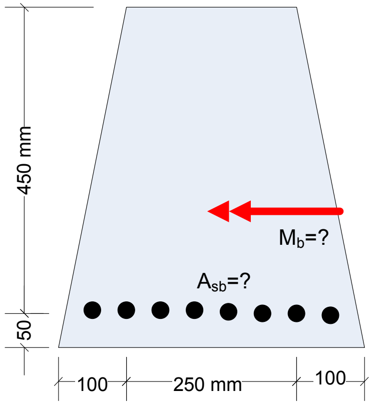
ÇÖZÜM:

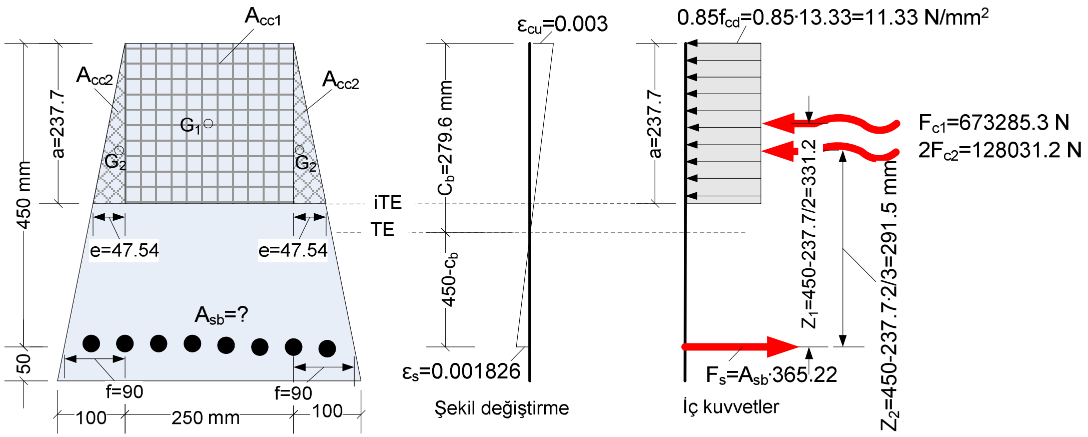
γ_{mc}=1.5, γ_{ms}=1.15

f_{cd}=25/1.5=16.67 N/mm², f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm²

ε_{cu}=0.003, $\varepsilon_s=\varepsilon_{sd}$=0.001826 (dengeli kırılma koşulu)

k_1=0.85


450 mm
50
M_b=?
A_{sb}=?
100
250 mm
100


A_{cc1}
A_{cc2}
A_{cc2}
G_1
G_2
G_2
a=237.7
450 mm
50
iTE
TE
e=47.54
e=47.54
A_{sb}=?
f=90
f=90
100
250 mm
100
ε_{cu}=0.003
C_b=279.6 mm
450-C_b
ε_s=0.001826
0.85f_{cd}=0.85·13.33=11.33 N/mm²
a=237.7
F_{c1}=673285.3 N
2F_{c2}=128031.2 N
Z_1=450-237.7/2=331.2
Z_2=450-237.7·2/3=291.5 mm
F_s=A_{sb}·365.22

Şekil değiştirme

İç kuvvetler

Hesabı basitleştirmek için, basınç alanını ağırlık merkezini bildiğimiz bir dikdörtgen A_{cc1} ve iki üçgen A_{cc2} alana böldük. Bu alanların G_1 ve G_2 ağırlık merkezlerine etkiyen F_{c1} ve 2 F_{c2} beton basınç kuvvetlerini ve bu kuvvetlerin moment kollarını hesaplamak basitleşmektedir.

$$\frac{c_b}{450-c_b}=\frac{0.003}{0.001826}\rightarrow c_b=279.6\text{ mm (tarafsız eksenin derinliği)}$$

$$a=k_1c=0.85\cdot 279.6=237.7\text{ mm (basınç bloğu derinliği)}$$

$$A_{cc1}=250\cdot 237.7=59425\text{ mm}^2$$

$$\frac{e}{100}=\frac{237.7}{500}\rightarrow e=47.54\text{ mm}$$

$$A_{cc2}=47.54\cdot 237.7/2=5650.1\text{ mm}^2$$

$$F_{c1}=A_{cc1}\cdot 11.33=59425\cdot 11.33=673285.3\text{ N}$$

$$F_{c2}=A_{cc2}\cdot 11.33=5650.1\cdot 11.33=64015.6\text{ N}$$

$$F_c=F_{c1}+F_{c2}=673285.3+2\cdot 64015.6=801316.5\text{ N (beton basınç kuvveti)}$$

$$F_s=F_c\rightarrow A_{sb}\cdot 365.22=801316.5\rightarrow A_{sb}=2194\text{ mm}^2\text{ (dengeli donatı alanı)}$$

$$\frac{f}{100}=\frac{450}{500}\rightarrow f=90\text{ mm}$$

$$A_c=250\cdot 450+2\cdot 90\cdot 450/2=153000\text{ mm}^2\text{ (faydalı kesit alanı)}$$

$$\rho_b=\frac{A_{sb}}{A_c}=\frac{2194}{153000}=0.0143\text{ (dengeli donatı oranı)}$$

$$z_1=450-237.7/2=331.2\text{ mm}(F_{c1}\text{ kuvvetinin moment kolu})$$

$$Z_2=450-237.7\cdot 2/3)=291.5\text{ mm}(2F_{c2}\text{ kuvvetinin moment kolu})$$

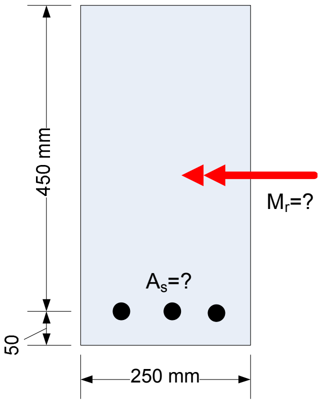
$$M_b=673.3\cdot 0.331+2\cdot 64.02\cdot 0.292=260.2\text{ kNm (kırılma momenti)}$$

taslak

ÖRNEK: ▯ kesit

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz



450 mm
50
250 mm
M_r=?
A_s=?

Denetimin iyi olmayacağı düşünülen bir şantiyede üretilecek bir kirişin kesiti solda verilmiştir. Malzeme C20/25-B 420C dir. Kirişe minimum donatı konulacak ve kirişin moment taşıma gücü hesaplanacaktır. Montaj donatısı verilmemiştir, hesaplarda dikkate alınmayacaktır.

a) Min A_s yi bulunuz, uygun çap ve çubuk sayısına dönüştürünüz. Çubuk sayısı en az 3 olmalıdır.

b) M_r yi bulunuz

c) Çelik birim uzamasını bulunuz

d) Belirlediğiniz her büyüklüğü; kesit, şekil değiştirme ve iç kuvvet diyagramları üzerinde gösteriniz

ÇÖZÜM:

$\gamma_{mc}=1.7$, $\gamma_{ms}=1.15$

$f_{cd}=20/1.7=11.76$ N/mm^2, $f_{ctd}=1.6/1.7=0.94$ N/mm^2 $f_{yd}=420/1.15=365.22$ N/mm^2

$\varepsilon_{cu}=0.003$, $\varepsilon_s>\varepsilon_{sd}=0.001826$ (denge altı kırılma koşulu)

$k_1=0.85$

Konulacak donatı minimum civarında olacağından kırılma sünek olacaktır, donatı oranının üst sınırını kontrol etmeğe gerek yoktur.

$$\min \rho = 0.8\frac{0.94}{365.22} = 0.0021$$

$$A_c = 250 \cdot 450 = 112500\ \text{mm}^2 \text{(faydalı kesit alanı)}$$

$$\min A_s = 0.0021 \cdot 112500 = 239\ \text{mm}^2$$

Konulacak çubukların toplam alanı bu değerin altında kalmamalı

$$\text{Seçilen}: 3\phi 12 (339\ \text{mm}^2)$$

Ek6 tablosundan

$$A_s = 339\ \text{mm}^2 \text{(kesite konulacak donatı alanı)}$$

$$F_c = 250a \cdot 10.0 = 2500a \text{(beton basınç kuvveti)}$$

$$F_s = 339 \cdot 365.22 = 123809.6\ \text{N (çelik çekme kuvveti)}$$

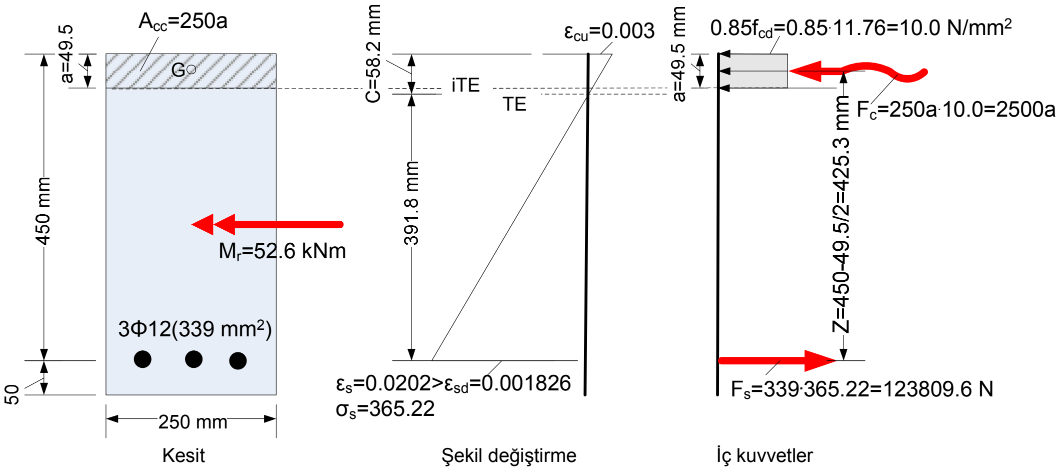
$$2500a = 123809.6 \rightarrow a = 49.5\ \text{mm(basınç bloğu derinliği)}$$

$$z = 450 - 49.5/2 = 425.3\ \text{mm(moment kolu)}$$

$$M_r = 123.8 \cdot 0.425 = 52.6\ \text{kNm(Moment taşıma gücü)}$$

$$c = 49.5/0.85 = 58.2\ \text{mm(tarafsız eksenin derinliği)}$$

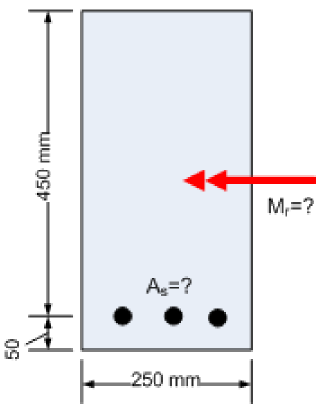
$$\frac{\varepsilon_s}{0.003} = \frac{391.8}{58.2} \rightarrow \varepsilon_s = 0.0202 \text{(çelik birim uzaması)}$$



A_{cc}=250a
G
a=49.5
450 mm
50
M_r=52.6 kNm
3Φ12(339 mm^2)
250 mm
Kesit
C=58.2 mm
iTE
TE
391.8 mm
ε_{cu}=0.003
ε_s=0.0202>ε_{sd}=0.001826
σ_s=365.22
Şekil değiştirme
a=49.5 mm
0.85f_{cd}=0.85·11.76=10.0 N/mm^2
F_c=250a·10.0=2500a
Z=450-49.5/2=425.3 mm
F_s=339·365.22=123809.6 N
İç kuvvetler

taslak **ÖRNEK: ▯ kesit** **Derste anlatılmayacak**

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz



450 mm
50
250 mm
M_r=?
A_s=?

Denetimin iyi olacağı düşünülen bir şantiyede üretilecek bir kirişin kesiti solda verilmiştir. Malzeme C20/25-B 420C dir. Kirişe maksimum donatı konulacak ve kirişin moment taşıma gücü hesaplanacaktır. Montaj donatısı verilmemiştir, hesaplarda dikkate alınmayacaktır.

a) Max A_s yi bulunuz, uygun çap ve çubuk sayısına dönüştürünüz. Çubuk sayısı en az 3 olmalıdır.

b) M_r yi bulunuz

c) Çelik birim uzamasını bulunuz

d) Belirlediğiniz her büyüklüğü; kesit, şekil değiştirme ve iç kuvvet diyagramları üzerinde gösteriniz

ÇÖZÜM:

γ_{mc}=1.5, γ_{ms}=1.15

f_{cd}=20/1.5=13.33 N/mm^2, f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm^2

ε_{cu}=0.003, $\varepsilon_s>\varepsilon_{sd}$=0.001826 (denge altı kırılma koşulu)

k_1=0.85, ρ_b=0.0164

Konulacak donatının oranı denge altı koşullarını sağlamalıdır: $\rho\leq 0.85\,\rho_b = 0.85\cdot 0.0164 = 0.01394$ ve $\rho\leq 0.02$. Buna göre max ρ=0.01394 alınmalıdır.

Konulacak donatı maksimumun biraz altında olacağından kırılma sünek olacaktır, donatı oranının alt sınırını kontrol etmeğe gerek yoktur.

$\max\rho = 0.01394$

$A_c = 250\cdot 450 = 112500\ \text{mm}^2$(faydalı kesit alanı)

$\max A_s = 0.01394\cdot 112500 = 1568\ \text{mm}^2$ — Konulacak çubukların alanı bu değeri aşmamalı

Seçilen : $4\phi 22(1520\ \text{mm}^2)$ — Ek6 tablosundan

$A_s = 1520\ \text{mm}^2$(kesite konulacak donatı alanı)

$F_c = 250a\cdot 11.33 = 2832.5a$(beton basınç kuvveti)

$F_s = 1520\cdot 365.22 = 555134.4\ \text{N}$(çelik çekme kuvveti)

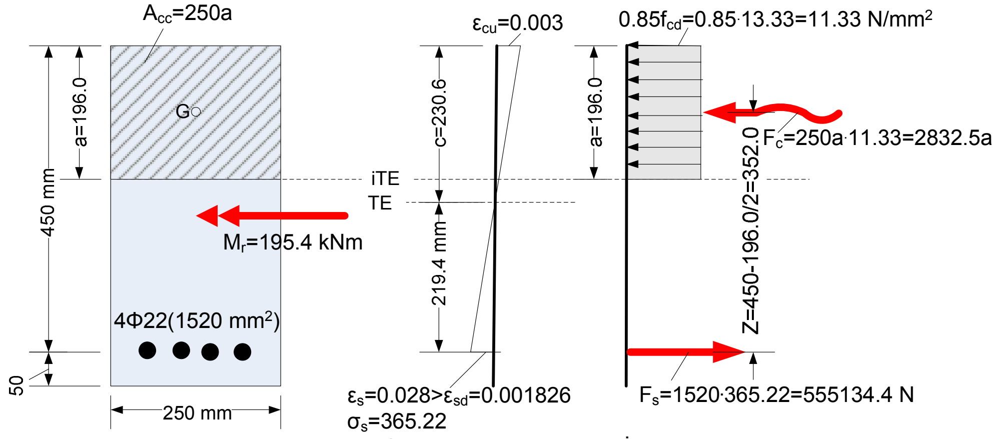
$2832.5a = 555134.4 \rightarrow a = 196.0\ \text{mm}$(basınç bloğu derinliği)

$z = 450 - 196.0/2 = 352.0\ \text{mm}$(moment kolu)

$M_r = 555.1\cdot 0.352 = 195.4\ \text{kNm}$(Moment taşıma gücü)

$c = 196.0/0.85 = 230.6\ \text{mm}$(tarafsız eksenin derinliği)

$$\frac{\varepsilon_s}{0.003} = \frac{219.4}{230.6} \rightarrow \varepsilon_s = 0.0028\text{(çelik birim uzaması)}$$



A_{cc}=250a
G
a=196.0
450 mm
50
M_r=195.4 kNm
4Φ22(1520 mm^2)
250 mm
iTE
TE
ε_{cu}=0.003
c=230.6
219.4 mm
ε_s=0.028>ε_{sd}=0.001826
σ_s=365.22
0.85f_{cd}=0.85·13.33=11.33 N/mm^2
a=196.0
F_c=250a·11.33=2832.5a
Z=450-196.0/2=352.0
F_s=1520·365.22=555134.4 N

Kesit Şekil değiştirme İç kuvvetler

taslak **ÖRNEK: △ kesit** **Derste anlatılmayacak**

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz

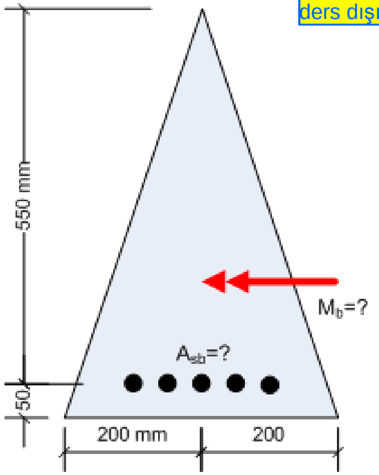
Prefabrik olarak üretilecek bir kirişin kesiti solda verilmiştir. Malzeme C35//40-B 420C dir. Kirişe maksimum donatı konulacak ve kirişin moment taşıma gücü hesaplanacaktır. Montaj donatısı verilmemiştir, hesaplarda dikkate alınmayacaktır.

a)Max A_s yi bulunuz, uygun çap ve çubuk sayısına dönüştürünüz. Çubuk sayısı en az 3 olmalıdır.

b)M_r yi bulunuz

c)Çelik birim uzamasını bulunuz

d)Belirlediğiniz her büyüklüğü; kesit, şekil değiştirme ve iç kuvvet diyagramları üzerinde gösteriniz


550 mm
50
200 mm
200
M_b=?
A_{sb}=?

ÇÖZÜM:

$\gamma_{mc}=1.4$, $\gamma_{ms}=1.15$

$f_{cd}=35/1.4=25.0$ N/mm^2, $f_{yd}=420/1.15=365.22$ N/mm^2, $k_1=0.79$

$\varepsilon_{cu}=0.003$, $\varepsilon_s>\varepsilon_{sd}=0.001826$ (denge altı kırılma koşulu)

Bu kesitin dengeli donatı oranı önceki sayfalarda hesaplanmıştı: $\rho_b=0.0140$

Konulacak donatının oranı denge altı koşullarını sağlamalıdır: $\rho\leq 0.85\,\rho_b=0.85\cdot 0.0140=0.0119$ ve $\rho\leq 0.02$. Buna göre max $\rho=0.0119$ alınmalıdır.

Konulacak donatı maksimumun biraz altında olacağından kırılma sünek olacaktır, donatı oranının alt sınırını kontrol etmeğe gerek yoktur.

$\rho_b=0.0119$

$A_{cc}=100842.5\ \text{mm}^2$

$\max A_s=0.0119\cdot 1008842.5=1200\ \text{mm}^2$

Konulacak çubukların alanı bu değeri aşmamalı

$\text{Seçilen}: 3\phi 22(1140\ \text{mm}^2)$

Ek6 tablosundan

$A_s=1140\ \text{mm}^2$

$F_s=1140\cdot 365.22=416350.8\ \text{N}$(çelik çekme kuvveti)

$$\frac{e}{400}=\frac{a}{600}\rightarrow e=2a/3$$

$A_{cc}=2a/3\cdot a/2=a^2/3$(faydalı kesit alanı)

$F_c=a^2/3\cdot 21.25=7.083a^2$(beton basınç kuvveti)

$F_c=F_s\rightarrow 7.083a^2=416350.8\rightarrow a=\pm 242.4\ \text{mm}$

$a<0$ olamaz, $a=-242.4$ mm nin fiziksel bir anlamı yoktur.

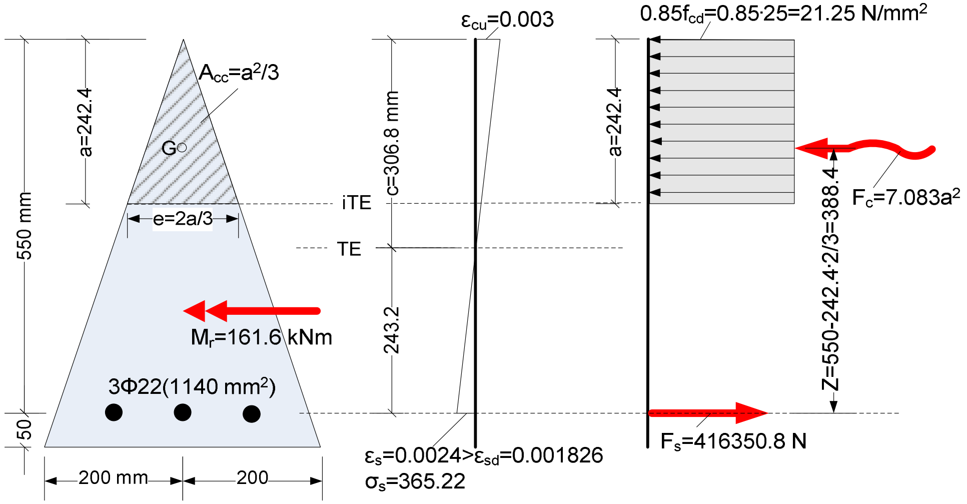
Dolayısıyla $a=+242.4$ mm dir(basınç bloğu derinliği)

$Z=550-242.4\cdot 2/3=388.4$ mm(F_c kuvvetinin moment kolu)

$M_r=416.4\cdot 0.388=161.6$ kNm(moment taşıma gücü)

$c=242.4/0.79=306.8$ mm(tarafsız eksenin derinliği)

$$\frac{\varepsilon_s}{0.003}=\frac{243.2}{306.8}\rightarrow\varepsilon_s=0.0024\text{(çelik birim uzaması)}$$


550 mm
50
a=242.4
$A_{cc}=a^2/3$
G
e=2a/3
iTE
TE
M_r=161.6 kNm
3Φ22(1140 mm^2)
200 mm
200
ε_{cu}=0.003
c=306.8 mm
243.2
$\varepsilon_s=0.0024>\varepsilon_{sd}=0.001826$
σ_s=365.22
$0.85f_{cd}=0.85\cdot 25=21.25$ N/mm^2
a=242.4
$F_c=7.083a^2$
Z=550-242.4·2/3=388.4
F_s=416350.8 N

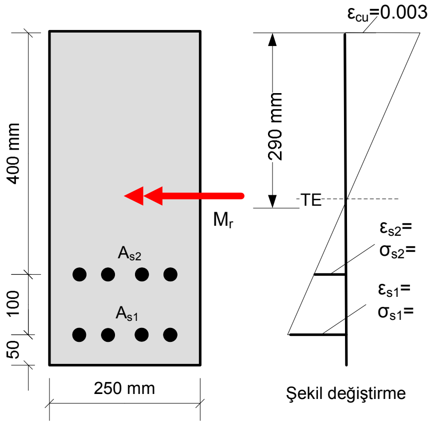
Kesit Şekil değiştirme İç kuvvetler

taslak

ÖRNEK: ▯ kesit

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz


ε_{cu}=0.003
290 mm
TE
M_r
A_{s2}
A_{s1}
ε_{s2}=
σ_{s2}=
ε_{s1}=
σ_{s1}=
400 mm
100
50
250 mm
Şekil değiştirme

Solda görülen kesitin kırılma anındaki şekil değiştirme diyagramı deneysel olarak belirlenmiştir. Malzeme C20/25-B 420C dir. Çelik birim uzama ve gerilmelerini bulunuz.

ÇÖZÜM:

γ_{ms}=1.5, γ_{ms}=1.15, f_{cd}=20/1.5=13.33 N/mm², f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm²

ε_{cu}=0.003, ε_{sd}=0.001826, E_s=2·10⁵ N/mm²

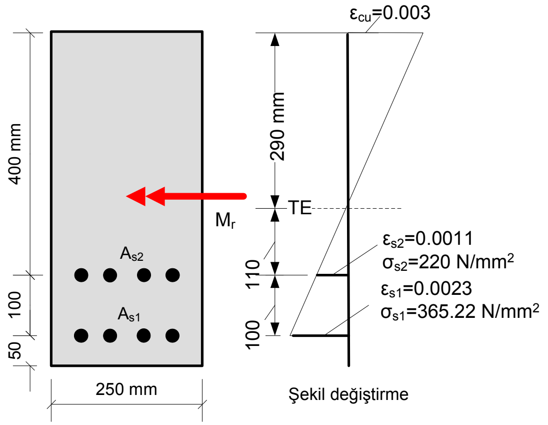
$$\frac{\varepsilon_{s1}}{0.003}=\frac{110+100}{290}\rightarrow\varepsilon_{s1}=0.0022$$

$\varepsilon_{s1}=0.0022>\varepsilon_{sd}=0.001826$ olduğundan çelik akmıştır,

HOOKE geçerli değildir, çelik gerilmesi sabittir : $\sigma_{s1}=f_{yd}=365.22\text{ N/mm}^2$

$$\frac{\varepsilon_{s2}}{0.003}=\frac{110}{290}\rightarrow\varepsilon_{s2}=0.0011<\varepsilon_{sd}=0.001826\text{ olduğundan çelik akmamıştır,}$$

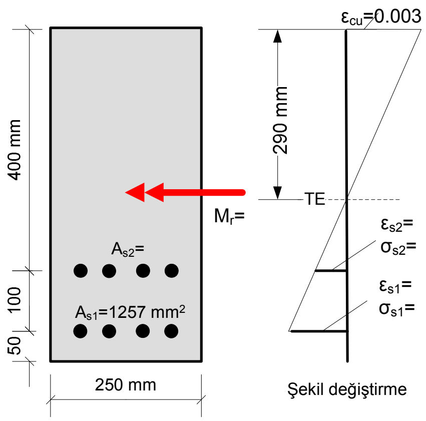
HOOKE geçerlidir, çelik gerilmesi : $\sigma_{s2}=E_s\varepsilon_{s2}=2\cdot10^5\cdot0.0011=220\text{ N/mm}^2$


ε_{cu}=0.003
290 mm
TE
M_r
A_{s2}
A_{s1}
ε_{s2}=0.0011
σ_{s2}=220 N/mm²
ε_{s1}=0.0023
σ_{s1}=365.22 N/mm²
400 mm
100
50
110
100
250 mm
Şekil değiştirme

ÖRNEK: ▯ kesit

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz


ε_{cu}=0.003
290 mm
TE
M_r=
A_{s2}=
A_{s1}=1257 mm²
ε_{s2}=
σ_{s2}=
ε_{s1}=
σ_{s1}=
400 mm
100
50
250 mm
Şekil değiştirme

Solda görülen kesitin kırılma anındaki şekil değiştirme diyagramı deneysel olarak belirlenmiştir. Malzeme C20/25-B 420C dir. A_{s2} donatı alanını ve M_r momentini bulunuz.

ÇÖZÜM:

γ_{ms}=1.5, γ_{ms}=1.15, f_{cd}=20/1.5=13.33 N/mm², f_{yd}=420/1.15=365.22 N/mm²

ε_{cu}=0.003, k_1=0.85, ε_{sd}=0.001826, E_s=2·10⁵ N/mm²

Çelik birim uzama ve gerilmeleri bir önceki örnekte hesaplanmıştı.

$0.85f_{cd}=0.85\cdot13.33=11.33$ N/mm²

$a=k_1c=0.85\cdot290=246.5$ mm

$F_c=0.85f_{cd}ab_w=11.33\cdot246.5\cdot250=698211.3$ N

$F_{s1}=1257\cdot365.22=459081.5$ N

$F_{s2}=A_{s2}\cdot220$

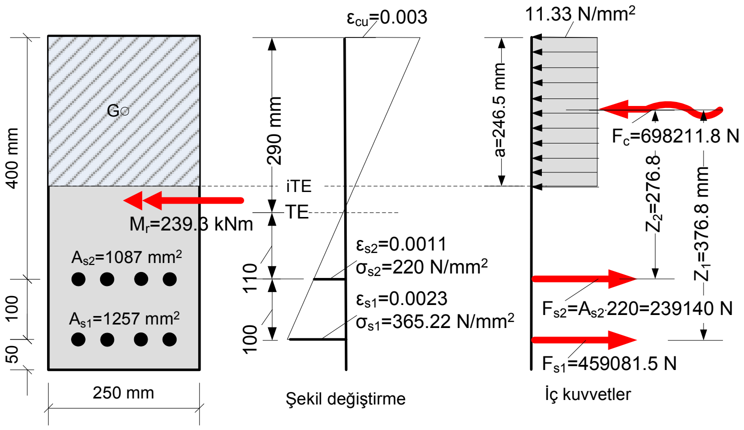
$F_{s1}+F_{s2}=F_c\rightarrow459081.5+A_{s2}\cdot220=698211.3\rightarrow A_{s2}=1087$ mm²

$F_{s2}=1087\cdot220=239140$ N

$Z_1=500-246.5/2=376.8$ mm

$Z_2=400-246.5/2=276.8$ mm

$M_r=F_{s1}Z_1+F_{s2}Z_2=459.1\cdot0.377+239\cdot0.277=239.3$ kNm

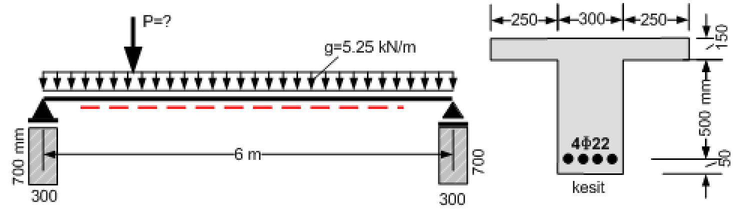

ε_{cu}=0.003
11.33 N/mm²
G
400 mm
290 mm
a=246.5 mm
F_c=698211.8 N
iTE
TE
M_r=239.3 kNm
Z_2=276.8
Z_1=376.8 mm
A_{s2}=1087 mm²
ε_{s2}=0.0011
σ_{s2}=220 N/mm²
110
ε_{s1}=0.0023
σ_{s1}=365.22 N/mm²
$F_{s2}=A_{s2}\cdot220$=239140 N
A_{s1}=1257 mm²
100
100
50
F_{s1}=459081.5 N
250 mm
Şekil değiştirme
İç kuvvetler

taslak

ÖRNEK: T kesit

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz


P=?
g=5.25 kN/m
700 mm
300
6 m
700
300
250
300
250
150
500 mm
50
4Φ22
kesit

Yukarıda görülen basit kiriş; genişliği 300 mm , yüksekliği 700 mm olan kirişlere oturmaktadır(saplama). P hareketli ve g sabit karakteristik yüktür. Bu yüklerden oluşan momentin güvenle taşınabilmesi için P en fazla ne olabilir? Çelik birim uzamasını bulunuz. Malzeme: C30/37 ve B 420C, Şantiye: iyi denetimli

ÇÖZÜM:

f_{cd}=20 N/mm^2, f_{ctd}=1.27 N/mm^2, f_{yd}=365.22 N/mm^2, k_1=0.82

ρ_b=0.0237, 0.85ρ_b=0.020

min ρ=0.8·1.27/365.22=0.0028, max ρ=0.020

Çekme donatısı oranı kontrol:
A_s=1520 mm^2, ρ=1520/300/650=0.0078
min ρ< ρ<max ρ (denge altı) ✓

Karakteristik etkiler:
M_g=5.25·62/8=23.6 kNm, Max M_q=P·6/4=1.5P

Hareketli yük kiriş ortasında iken

Tasarım Momenti: M_d=1.4·23.6+1.6·1.5P=33.04+2.4P (kNm biriminde)

Çalışan tabla genişliği: b>800 mm olamaz!
b≤300+12·150=2100 mm, b≤300+0.2·1·5700=1440 mm, b=800 mm alınacak

Kesitin moment taşıma gücü:

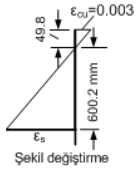
$$a=\frac{A_s f_{yd}}{0.85 f_{cd} b}$$

a=1520·365.22/0.85/20/800=40.8 mm<150 mm (basınç bloğu tabla içinde)
M_r=1520·365.22(650-40.8/2)=349512.6 Nmm=349.5 kNm

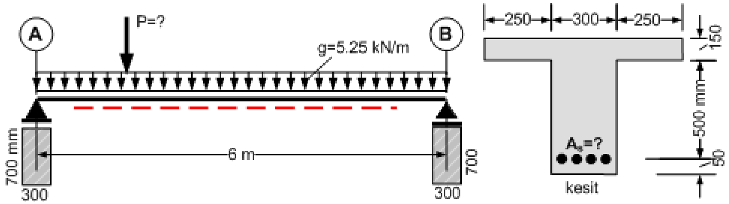
$$M_r=A_s f_{yd}\left(d-\frac{a}{2}\right)$$

M_d ≤M_r olmalı: 33.04+2.4P≤349.5→ P ≤131.9 kN olabilir.

Çelik birim uzaması: c=a/k_1=40.8/0.82=49.8 mm


ε_{cu}=0.003
49.8
600.2 mm
ε_s
Şekil değiştirme

ε_s/0.003=600.2/49.8→ε_s=0.0362>ε_{sd}=0.001826(sünek kırılma) ✓


A
B
P=?
g=5.25 kN/m
700 mm
300
6 m
700
300
250
300
250
150
500 mm
50
A_s=?
kesit

Yukarıda görülen basit kiriş; genişliği 300 mm , yüksekliği 700 mm olan kirişlere oturmaktadır(saplama). P hareketli ve g sabit karakteristik yüktür. Kırılma çelik 0.05 birim uzamasına ulaşınca olsun isteniyor. A_s alanını belirleyiniz, çubuk çap ve sayısını veriniz. Bu yüklerden oluşan momentin güvenle taşınabilmesi için P en fazla ne olabilir? Malzeme: C30/37 ve B 420C, Şantiye: iyi denetimli

ÇÖZÜM:

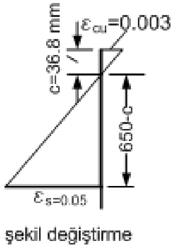
f_{cd}=20 N/mm^2, f_{ctd}=1.27 N/mm^2, f_{yd}=365.22 N/mm^2, k_1=0.82

ρ_b=0.0237, 0.85ρ_b=0.020

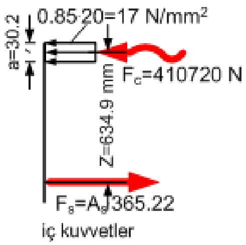
min ρ=0.8·1.27/365.22=0.0028, max ρ=0.020

ε_s=0.05>ε_{sd}=0.001826(sünek kırılma) ✓

c /(650-c)=0.003/0.05→c=36.8 mm(tarafsız eksen derinliği)
a=k_1c=0.82·36.8=30.2 mm(basınç bloğu derinliği)
b=800 mm(çalışan tabla genişliği, soldaki örnekten)
F_c=800·30.2·17=410720 N
A_s·365.22=410720→A_s=1125 mm^2
Seç: 3ϕ22(1140 mm^2)
ρ =1140/300/650=0.0058
min ρ< ρ<max ρ (denge altı) ✓


c=36.8 mm
ε_{cu}=0.003
650-c
ε_s=0.05

şekil değiştirme


a=30.2
0.85·20=17 N/mm²
F_c=410720 N
Z=634.9 mm
F_s=A_s365.22

iç kuvvetler

Z=650-30.2/2=634.2 mm(moment kolu)
M_r=410.72·0.635=260.8 kNm
M_d=33.04+2.4P(soldaki örnekten)

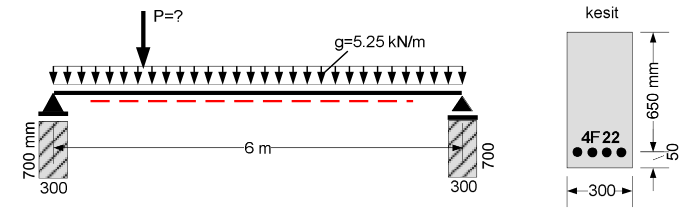
M_d ≤M_r olmalı:
33.04+2.4P≤260.8→ P ≤94.9 kN olabilir.

taslak

ÖRNEK: ☐ kesit

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz


P=?
g=5.25 kN/m
700 mm
300
6 m
700
300
kesit
650 mm
4F 22
50
300

Yukarıda görülen basit kiriş; genişliği 300 mm , yüksekliği 700 mm olan kirişlere oturmaktadır(saplama). P hareketli ve g sabit karakteristik yüktür. Bu yüklerden oluşan momentin güvenle taşınabilmesi için P en fazla ne olabilir? Çelik birim uzamasını bulunuz. Malzeme: C30/37 ve B 420C, Şantiye: iyi denetimli

ÇÖZÜM:

f_{cd}=20 N/mm^2, f_{ctd}=1.27 N/mm^2, f_{yd}=365.22 N/mm^2, k_1=0.82

ρ_b=0.0237, 0.85ρ_b=0.020

min ρ=0.8·1.27/365.22=0.0028, max ρ=0.020

Çekme donatısı oranı kontrol:
A_s=1520 mm^2, ρ=1520/300/650=0.0078
min ρ< ρ<max ρ (denge altı) ✓

Hareketli yük kiriş ortasında iken

Karakteristik etkiler:
M_g=5.25·62/8=23.6 kNm, Max M_q=P·6/4=1.5P

Tasarım Momenti: M_d=1.4·23.6+1.6·1.5P=33.04+2.4P (kNm biriminde)

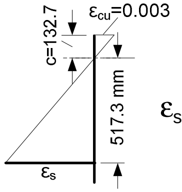
Kesitin moment taşıma gücü:

a=1520·365.22/0.85/20/300=108.8 mm ◄ $a = \dfrac{A_s f_{yd}}{0.85 f_{cd} b_w}$

M_r=1520·365.22(650-108.8/2)=330638 Nmm=330.6 kNm ◄ $M_r = A_s f_{yd}(d - \dfrac{a}{2})$

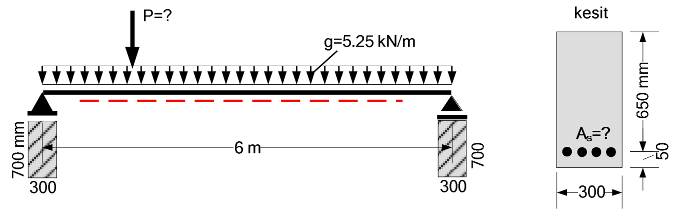
M_d ≤M_r olmalı: 33.04+2.4P≤330.6→ P ≤124 kN olabilir.

Çelik birim uzaması: c=a/k_1=108.8/0.82=132.7 mm


c=132.7
εcu=0.003
517.3 mm
εs

şekil değiştirme

ε_s/0.003=517.3/132.7→ε_s=0.0117>ε_{sd}=0.001826(sünek kırılma) ✓


P=?
g=5.25 kN/m
700 mm
300
6 m
700
300
kesit
650 mm
As=?
50
300

Yukarıda görülen basit kiriş; genişliği 300 mm , yüksekliği 700 mm olan kirişlere oturmaktadır(saplama). P hareketli ve g sabit karakteristik yüktür. Kırılma çelik 0.05 birim uzamasına ulaşınca olsun isteniyor. A_s alanını belirleyiniz, çubuk çap ve sayısını veriniz. Bu yüklerden oluşan momentin güvenle taşınabilmesi için P en fazla ne olabilir? Malzeme: C30/37 ve B 420C, Şantiye: iyi denetimli

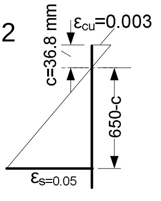
ÇÖZÜM:

f_{cd}=20 N/mm^2, f_{ctd}=1.27 N/mm^2, f_{yd}=365.22 N/mm^2, k_1=0.82

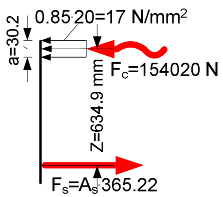
ρ_b=0.0237, 0.85ρ_b=0.020

min ρ=0.8·1.27/365.22=0.0028, max ρ=0.020

ε_s=0.05>ε_{sd}=0.001826(sünek kırılma) ✓


c=36.8 mm
εcu=0.003
650-c
εs=0.05

şekil değiştirme


a=30.2
0.85·20=17 N/mm²
Fc=154020 N
Z=634.9 mm
Fs=As·365.22

iç kuvvetler

c /(650-c)=0.003/0.05→c=36.8 mm(tarafsız eksen derinliği)
a=k_1c=0.82·36.8=30.2 mm(basınç bloğu derinliği)
F_c=300·30.2·17=154020 N
A_s ·365.22=154020 →A_s=422 mm^2
Seç: 4ϕ14(616 mm^2)
ρ =616/300/650=0.0032
min ρ < ρ<max ρ (denge altı) ✓

3ϕ14(462 mm^2) yeterli, fakat min A_s=0.0028·300·650=546 mm^2 olduğundan 4ϕ14(616 mm^2) seçildi

Z=650-30.2/2=634.2 mm(moment kolu)
M_r=154.02·0.635=97.8 kNm
M_d=33.04+2.4P(soldaki örnekten)

M_d ≤M_r olmalı:
33.04+2.4P≤97.8→ P ≤27.0 kN olabilir.

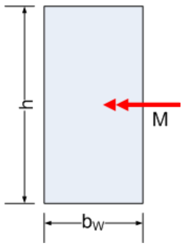
taslak

TEORİK ÖRNEK: ▯ kesit

Derste anlatılmayacak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz

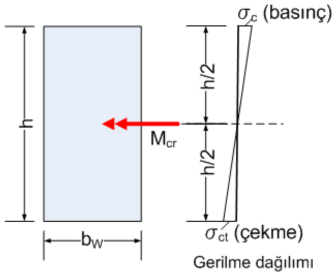
Sağda kesiti görülen **donatısız beton** kirişin çatlamaması için M_{cr} momentinin üst sınırını belirleyiniz.



ÇÖZÜM:

Donatı olmadığı için beton kesit homojen kabul edilebilir. Bu nedenle, gerilme hesabı için mukavemet derslerinden bilinen bağıntılar geçerlidir. Betonun çekme dayanımı çok düşük olduğu için, çatlama olmaksızın, oluşacak gerilme de çok düşük kalacaktır. Dolayısıyla, gerilme dağılımı kesit yüksekliğince doğrusal alınabilir. Aşağıdaki şekilde gerilme dağılımı gösterilmiştir.

Mukavemetten bilindiği üzere:



$$\sigma_c = \sigma_{ct} = \frac{M_{cr}}{W}$$ Eğilmeden gerilme

$$W = \frac{b_w h^2}{6}$$ Mukavemet momenti

$$\sigma_{ct} = \frac{M_{cr}}{b_w h^2/6}$$

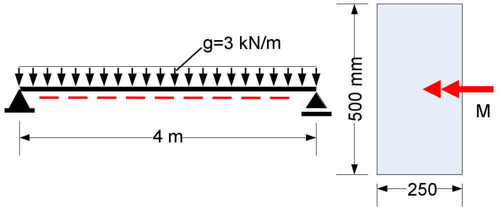
$$\sigma_{ct} = \frac{6M_{cr}}{b_w h^2} \text{ olur.}$$ M_{cr} momentinden oluşan en büyük çekme gerilmesi

Betonun çatlamaması için $s_{ct}<2f_{ctk}$ olmalı:

$$\frac{6M_{cr}}{b_w h^2} < 2f_{ctk} \text{ olmalı, buradan } M_{cr} < \frac{b_w h^2 f_{ctk}}{3} \text{ bulunur.}$$

Eksenel basınç karakteristik dayanımı f_{ck} olan bir betonun **eksenel çekme karakteristik dayanımı** $f_{ctk} = 0.35\sqrt{f_{ck}}$ N/mm^2 dir. Beton sınıfları için f_{ck} değerleri TS 500:2000 sayfa 11, çizelge 3.2 den veya bu ders notlarının arkasındaki EK1 den alınabilir yada $f_{ctk} = 0.35\sqrt{f_{ck}}$ N/mm^2 bağıntısından hesaplanabilir.

Burada ele alınan problem eksenel çekme değil, eğilme çekmesidir. **Eğilme çekme karakteristik dayanımı** eksenel çekme karakteristik dayanımının yaklaşık iki katıdır. Yani, eğilme problemlerinde **çekme karakteristik dayanımı** $2f_{ctk} = 2 \cdot 0.35\sqrt{f_{ck}}$ N/mm^2 **alınmalıdır.** Örnekleyelim. C25/30 betonu için **eksenel çekme karakteristik dayanımı** $f_{ctk} = 0.35\sqrt{25} = 1.75$ N/mm^2 olur. TS 500:2000 Çizelge 3.2 de veya EK1 de bu değer yuvarlatılarak 1.8 olarak verilmiştir. Bu betonun **Eğilme çekme karakteristik dayanımı=2f_{ctk}=2· 1.8=3.6 N/mm^2 alınır.**



C30/37 betonu ile üretilen soldaki **beton** kirişte g kendi yüküdür. Kendi yükünden oluşan M momenti kirişi çatlatır mı?

ÇÖZÜM: f_{ctk}=1.9 N/mm^2

C30/37 betonunun eksenel çekme dayanımı. TS 500:2000, Çizelge 3.2 den veya Ek1 den veya $f_{ctk} = 0.35\sqrt{30} \approx 1.9$ N/mm^2

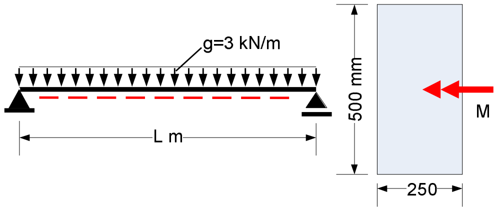
g=1 · 0.25 ·0.50 ·24=3 kN/m

Kendi yükü her metrede aynıdır. **Beton** birim hacım ağırlığı 24 kN/m^3 dur. 1 m lik kiriş parçasının ağırlığı=1·b_w·h·24=1·0.25·0.50·24=3 kN/m olur.

M=3 ·4^2/8=6 kNm

M_{cr}=250 ·500^2 ·1.9/3=39583333 Nmm=39.6 kNm

M_{cr}>M olduğundan kiriş kendi yükü altında çatlamamıştır.



C30/37 betonu ile üretilecek olan soldaki **beton** kirişte g kendi yüküdür. Oluşacak M momentinin kirişi çatlatmaması için L en çok ne olabilir.

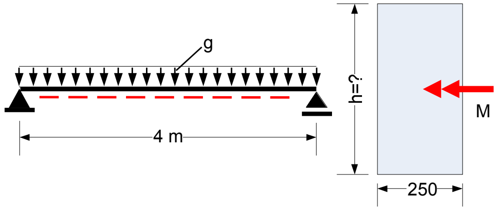
ÇÖZÜM: f_{ctk}=1.9 N/mm^2, g=1 · 0.25 ·0.50 ·24=3 kN/m

M=3 ·L^2/8=0.375L^2 kNm

M_{cr}=250 ·500^2 ·1.9/3=39583333 Nmm=39.6 kNm

M<M_{cr} olmalı→0.375L^2<39.6→L<10.3 m

C30/37 betonu ile üretilecek olan soldaki **beton** kirişte g kendi yüküdür. Kendi yükünden oluşan M momentinin kirişi çatlatmaması için h ne olmalıdır.



ÇÖZÜM: f_{ctk}=1.9 N/mm^2=1900 kN/m^2

g=1 · 0.25 ·h ·24=6h kN/m

M=6 h ·4^2/8=0.75h^2 =12h kNm

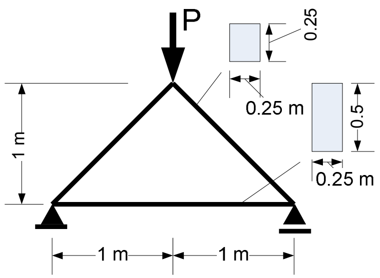
M_{cr}=0.250 h^2 ·1900/3= 158.3h^2 kNm

M=M_{cr} →12h= 158.3h^2→h=0.0758 m=76 mm

taslak

Anlamadığınız bir nokta varsa, ders dışında sorabilirsiniz

Sağda verilen **beton** kafes kirişin, betonda ezilme veya çatlak olmaksızın, taşıyabileceği en büyük P karakteristik yükünü belirleyiniz. Malzeme :C30/37. Elemanların kendi yükü ihmal edilecektir.



ÇÖZÜM:

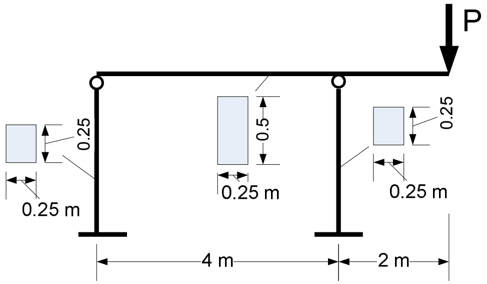
Elemanlarda sadece eksenel kuvvet oluşur.
Eğik elemanlarda N_1=P/1.4142 kN(basınç)
Yatay elemanda N_2=0.5P(çekme) olarak hesaplandı.

C30/37 betonunda $f_{ck}=30\ N/mm^2=30000\ kN/m^2$, $f_{ctk}=1.9\ N/mm^2=1900\ kN/m^2$ dir.

Yatay elemanda çatlama olmaması için: $\sigma_{ct}=N_2/A_{cc}< f_{ctk}$ olmalı. $0.5P/0.25/0.50 \leq 1900 \rightarrow P \leq 475$ kN
Eğik elemanlarda ezilme olmaması için: $\sigma_c=N_1/A_{cc}< f_{ck}$ olmalı. $(P/1.4142)/0.25/0.25 \leq 30000 \rightarrow P \leq 2651.6$ kN

O halde P<475 kN olmalıdır.

Sağda verilen **beton** çerçeve sistemin, betonda ezilme veya çatlak olmaksızın, taşıyabileceği en büyük P karakteristik yükünü belirleyiniz. Malzeme: C30/37. Elemanların kendi yükü ihmal edilecektir. Kesme kuvveti dikkate alınmayacaktır.



ÇÖZÜM:

Soldaki kolonda sadece eksenel kuvvet oluşur: N_1=0.5P kN(Çekme)
Sağdaki kolonda sadece eksenel kuvvet oluşur: N_2=1.5P kN(basınç)
Kirişte kesme ve moment oluşur. Kesme dikkate alınmıyor. Max moment M=2P

C30/37 betonunda $f_{ck}=30\ N/mm^2=30000\ kN/m^2$, $f_{ctk}=1.9\ N/mm^2=1900\ kN/m^2$ dir.

Kirişin çatlamaması için:
$M<M_{cr}$ olmalı.
$M=2P$, $M_{cr}=b_w h^2 f_{ctk}/3=0.25\cdot 0.5^2\cdot 1900/3=39.6$ kNm
$2P<39.6 \rightarrow P<19.8$ kN

Soldaki kolonda çatlama olmaması için: $\sigma_{ct}=N_1/A_{cc}< f_{ctk}$ olmalı $\rightarrow 0.5P/0.25/0.25 \leq 1900 \rightarrow P<237.5$ kN
Sağdaki kolonda ezilme olmaması için: $\sigma_c=N_2/A_{cc}< f_{ck}$ olmalı $\rightarrow 1.5P/0.25/0.25 \leq 30000 \rightarrow P<1250$ kN

O halde P<19.8 kN olmalıdır.